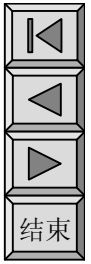


第十三章 非正弦周期电流电路和信号的频谱

讲授的主要内容

1. 非正弦周期信号及其分解—复习傅里叶级数；
2. 非正弦周期信号的频谱、平均值、有效值、平均功率的概念和计算；
3. 非正弦周期信号稳态电路的分析法—谐波分析法；
4. *对称三相电路的高次谐波。
5. ……

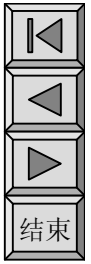


基本要求

- ① 了解周期函数分解为傅里叶级数的方法和信号频谱的概念。
- ② 理解周期量的有效值、平均值的概念，掌握周期量有效值的计算方法。
- ③ 掌握非正弦周期电流电路的谐波分析法和平均功率的计算，了解滤波器的概念。

重点

- ① 非正弦周期电流电路的电流、电压的有效值、平均值；
- ② 非正弦周期电流电路的平均功率；
- ③ 非正弦周期电流电路的计算方法(叠加定理、戴维宁定理和诺顿定理)。



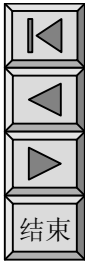
Y 难点

- ⌚ 叠加定理在非正弦周期电流电路中的应用；
- ⌚ 非正弦周期电流电路功率的计算。

本章与其它章节的联系

本章主要讨论在非正弦周期电流、电压信号的作用下，线性电路的稳态分析和计算方法。

非正弦周期信号可以分解为直流量和一系列不同频率正弦量之和，每一信号单独作用下的响应，与直流电路及交流电路的求解方法相同，再应用叠加定理求解，**是前面内容的综合。**



§ 13-1 非正弦周期信号

实践中会遇到许多非正弦信号，原因有

1. **激励本身**是非正弦信号；

交流发电机的电压严格地说是非正弦量，在电子信息、通信工程、自动控制、计算机等技术领域中经常用到非正弦信号。

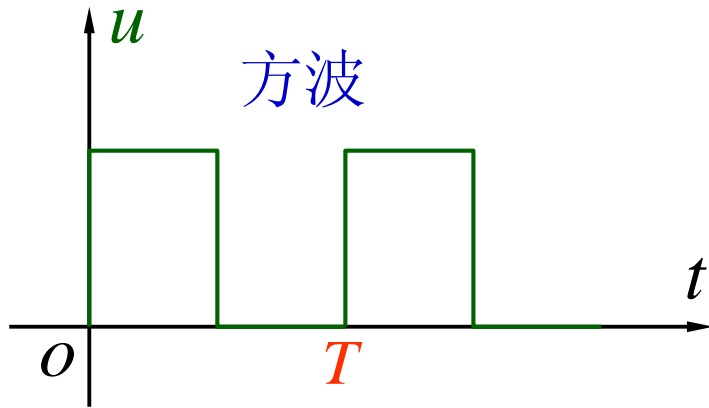
2. **电路中含有非线性元件**（如整流电路等）。

非正弦信号有**周期性**和**非周期性**之分。

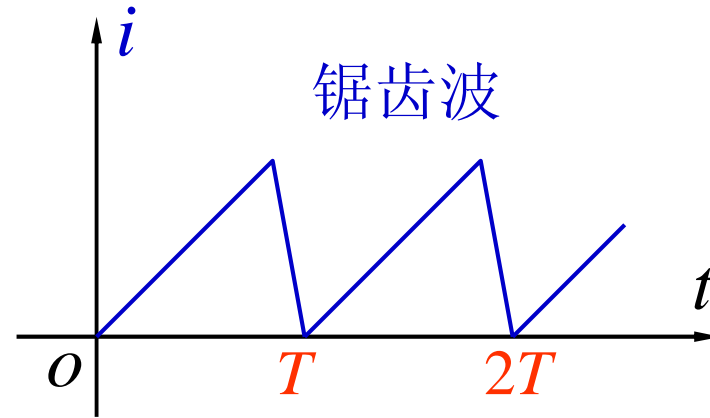
周期信号满足 $f(t) = f(t+kT)$

当 $f(t)$ 不是单一频率的正弦波时，它就是非正弦周期信号。

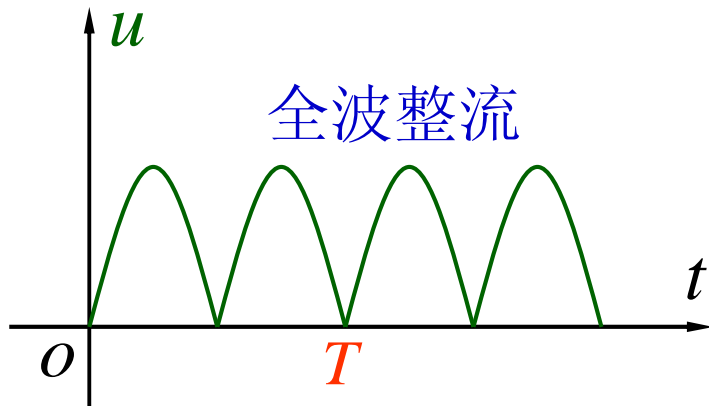
实践中常见的非正弦周期信号



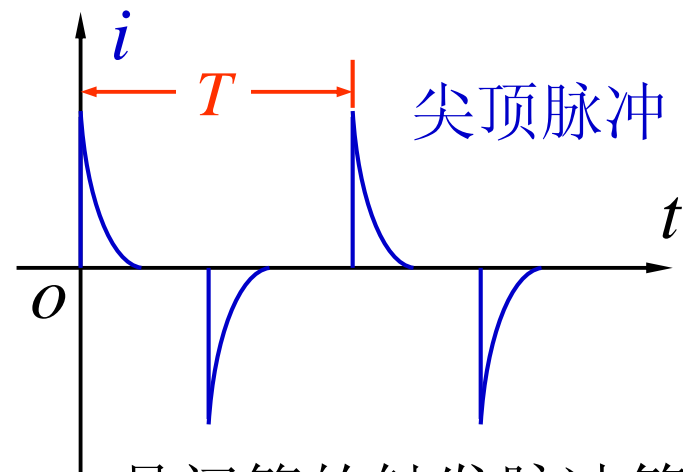
数字电路、计算机的CP等



通过显像管偏转线圈的扫描电流

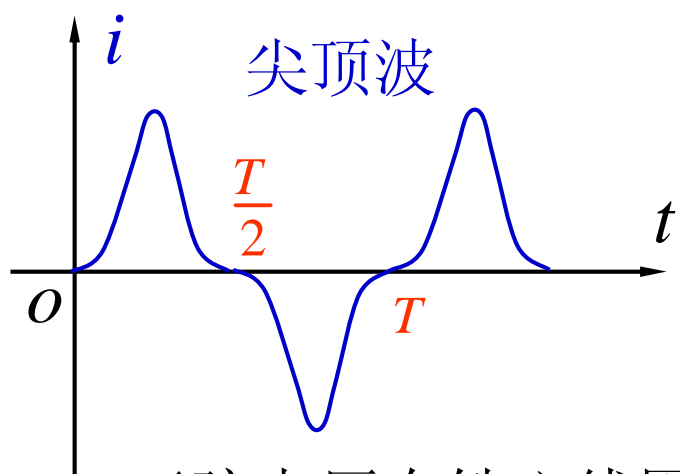
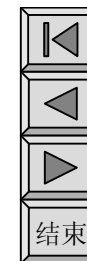


桥式或全波整流电路的输出波形

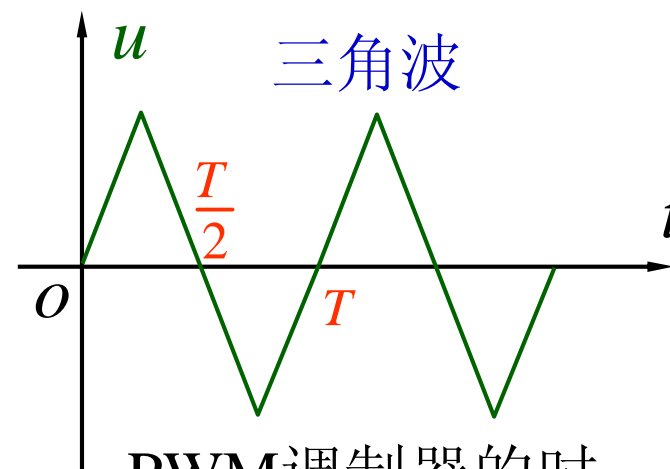


晶闸管的触发脉冲等

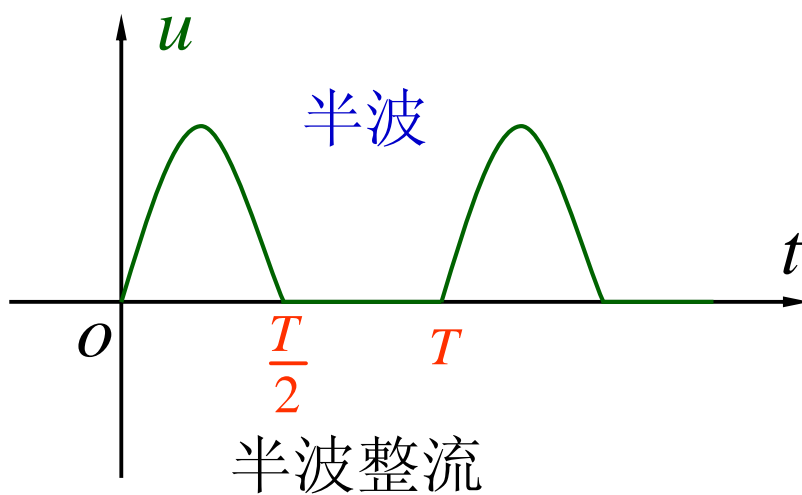
实践中常见的非正弦周期信号（续）



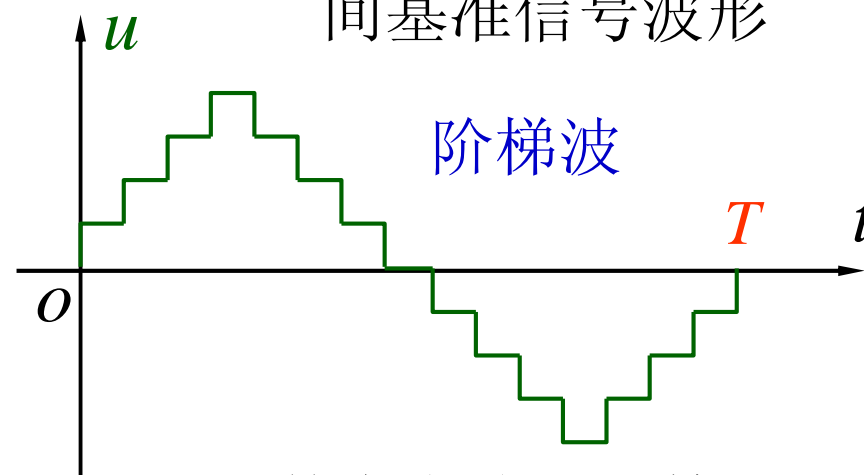
正弦电压在铁心线圈中产生的电流波形



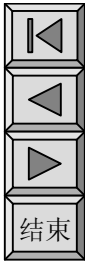
PWM调制器的时间基准信号波形



半波整流



由数字电路或计算机产生的正弦信号



§ 13-2 周期函数分解为傅里叶级数

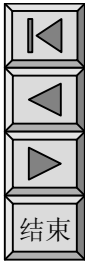
1. 非正弦周期函数的分解

根据高等数学知识：若非正弦周期信号 $f(t)$ 满足“狄里赫利条件”，就能展开成一个收敛的傅里叶级数。

$$f(t) = a_0 + \sum_{k=1}^{\infty} [a_k \cos(k\omega_1 t) + b_k \sin(k\omega_1 t)]$$

系数 a_0 、 a_k 、 b_k 分别为：
$$a_0 = \frac{1}{T} \int_0^T f(t) dt$$

$$a_k = \frac{2}{T} \int_0^T f(t) \cos(k\omega_1 t) dt \quad b_k = \frac{2}{T} \int_0^T f(t) \sin(k\omega_1 t) dt$$



$$a_0 = \frac{1}{T} \int_0^T f(t) dt$$

$$a_k = \frac{2}{T} \int_0^T f(t) \cos(k\omega_1 t) dt$$

$$b_k = \frac{2}{T} \int_0^T f(t) \sin(k\omega_1 t) dt$$

根据给定 $f(t)$ 的形式，
积分区间也可以改为：

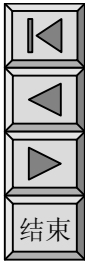
$$-\frac{T}{2} \sim \frac{T}{2}$$

积分区间也可以是 $[0 \sim 2\pi]$ 或 $[-\pi \sim \pi]$ ，例如：

$$a_k = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} f(t) \cos(k\omega_1 t) d(\omega_1 t)$$

$$a_k = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(t) \cos(k\omega_1 t) d(\omega_1 t)$$

对 a_0 、 b_k 也作同样的处理。



$$f(t) = a_0 + \sum_{k=1}^{\infty} [a_k \cos(k\omega_1 t) + b_k \sin(k\omega_1 t)]$$

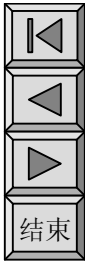
展开式同时存在正弦项和余弦项，在进行不同信号的对比时不方便，而且数 a_k 、 b_k 的意义也不明确。

将展开式合并成另一种形式—余弦级数：

$$\text{令 } a_k = A_{km} \cos \phi_k \quad b_k = -A_{km} \sin \phi_k$$

$$\text{则 } f(t) = A_0 + \sum_{k=1}^{\infty} A_{km} \cos(k\omega_1 t + \phi_k)$$

$$\text{式中： } A_{km} = \sqrt{a_k^2 + b_k^2} \quad \phi_k = \text{arctg} \frac{-b_k}{a_k}$$



$$f(t) = A_0 + \sum_{k=1}^{\infty} A_{km} \cos(k\omega_1 t + \phi_k)$$

$$A_{km} = \sqrt{a_k^2 + b_k^2}$$

$$\phi_k = \arctg \frac{-b_k}{a_k}$$

① A_0 是 $f(t)$ 的恒定分量，
或称为直流分量。

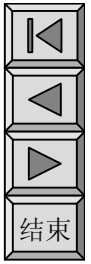
② $k=1$ 的项 $A_m \cos(\omega_1 t + \phi_1)$

具有与 $f(t)$ 相同的频率，称基波分量。

基波占 $f(t)$ 的主要成分，基本代表了 $f(t)$ 的特征。

③ $k \geq 2$ 的各项，分别称为二次，三次谐波等。

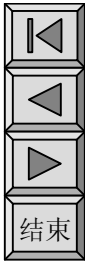
或统称高次谐波。



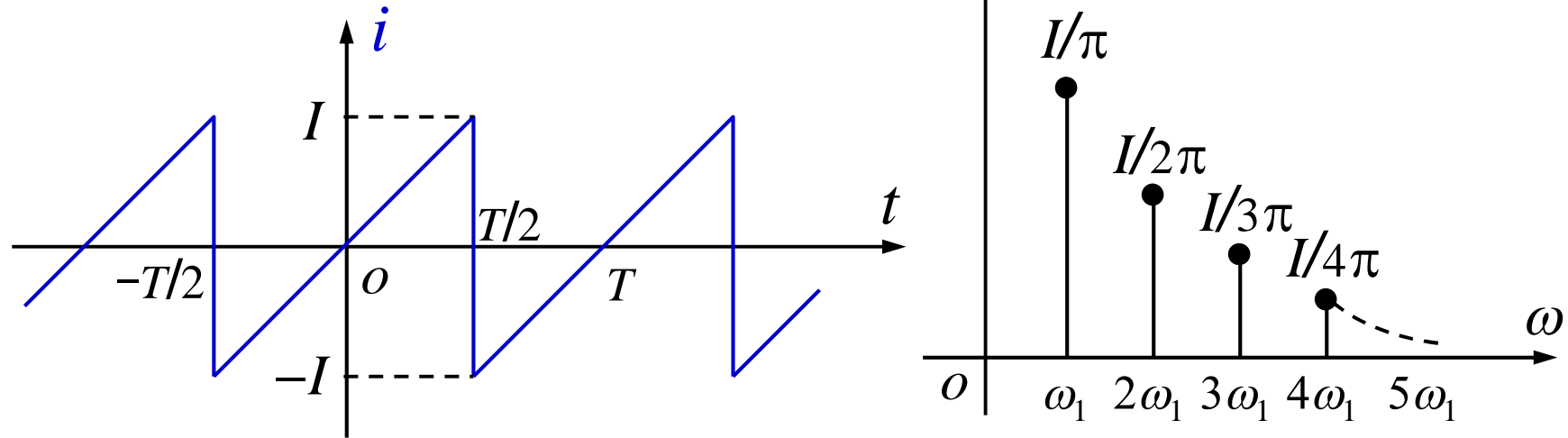
$$f(t) = A_0 + \sum_{k=1}^{\infty} A_{km} \cos(k\omega_1 t + \phi_k)$$

2. 非正弦周期信号的频谱

- ☞ $f(t)$ 中各次谐波的幅值和初相不同，对不同的 $f(t)$ ，正弦波的频率成份也不一定相同。为形象地反映各次谐波的频率成份，以及各次谐波幅值和初相与频率的关系，引入振幅频谱和相位频谱的概念。
- ☞ **振幅频谱**： $f(t)$ 展开式中 A_{km} 与 $\omega (=k\omega_1)$ 的关系。反映了各频率成份的振幅所占的“比重”。
- ☞ 因 k 是正整数，故**频谱图**是离散的，也称**线频谱**。
- ☞ **相位频谱**：指 ϕ_k 与 ω 的关系。



锯齿波的振幅频谱图



锯齿波的傅里叶级数展开式为

$$i(t) = \frac{2I}{\pi} \left[\cos(\omega_1 t - 90^\circ) + \frac{1}{2} \cos(2\omega_1 t + 90^\circ) + \frac{1}{3} \cos(3\omega_1 t - 90^\circ) + \frac{1}{4} \cos(4\omega_1 t + 90^\circ) + \dots \right]$$

👉 今后若无说明，均指振幅频谱。

3. 波形特征及其与级数分解的关系

(1) 若 $f(t)$ 为“镜”对称

满足 $f(t) = -f(t \pm T/2)$

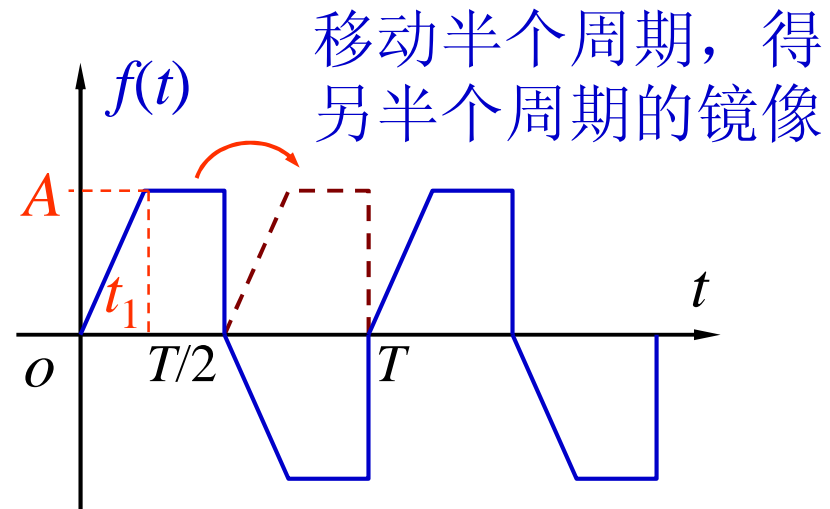
则 $a_{2k} = b_{2k} = 0$

即展开式中

- ① 无直流分量;
- ② 不含偶次谐波。

$$\text{由 } A_0 = \frac{1}{T} \int_0^T f(t) dt$$

知 A_0 是 $f(t)$ 在一个周期内与横轴围成的面积。



所以即使 $f(t)$ 不是“镜”对称，只要它的正、负半周与横轴围成的面积相等，就有 $A_0 = 0$ 。

另外，对某些 $f(t)$ ，求 A_0 时也可以不用积分。

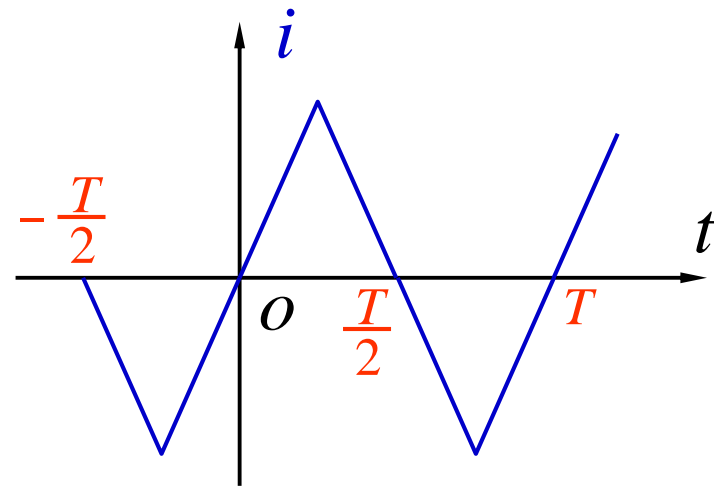
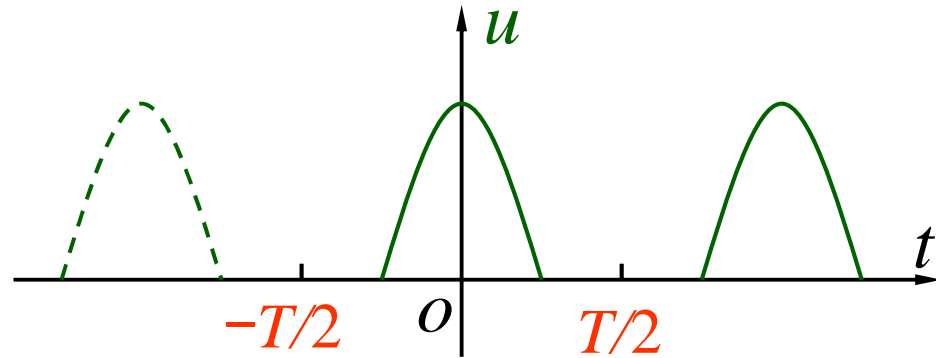
(2) 若 $f(t)$ 是偶函数

即满足 $f(t)=f(-t)$

则 $b_k=0$ 。

$$A_0 = \frac{2}{T} \int_0^{\frac{T}{2}} f(t) dt$$

$$a_k = \frac{4}{T} \int_0^{\frac{T}{2}} f(t) \cos(k\omega_1 t) dt$$

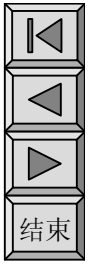


(3) 若 $f(t)$ 是奇函数

即满足 $f(-t) = -f(t)$

则 $a_k=0$ ，只求 b_k 即可：

$$b_k = \frac{4}{T} \int_0^{\frac{T}{2}} f(t) \sin(k\omega_1 t) dt$$

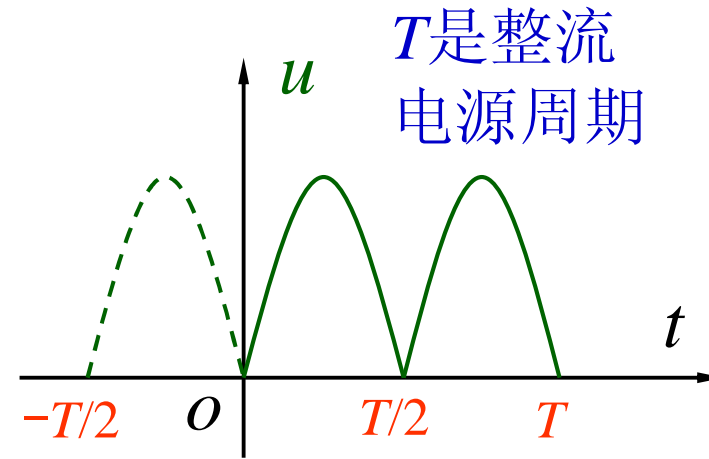


(4) 若 $f(t)$ 为半波对称

即满足 $f(t) = f(t \pm T/2)$

则 $a_{2k+1} = b_{2k+1} = 0$

展开式中不含奇次谐波。

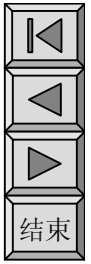


⦿ 对某些 $f(t)$ ，适当移动纵坐标(另选一个计时起点)，就变为偶函数或奇函数。

A_{km} 与计时起点无关，由于 a_k 、 b_k 与计时起点有关，所以 ϕ_k 与计时起点有关。

但各次谐波的相对位置不变。

⦿ 也可以先移坐标轴，待求得系数后，再找到原函数的系数。



例1

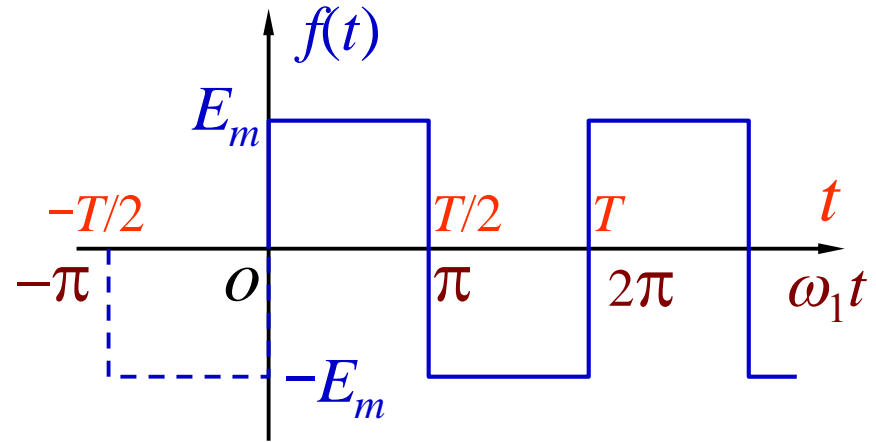
求右图方波的傅里叶级数展开式及频谱。

解： $f(t)$ 是奇函数， $a_k=0$

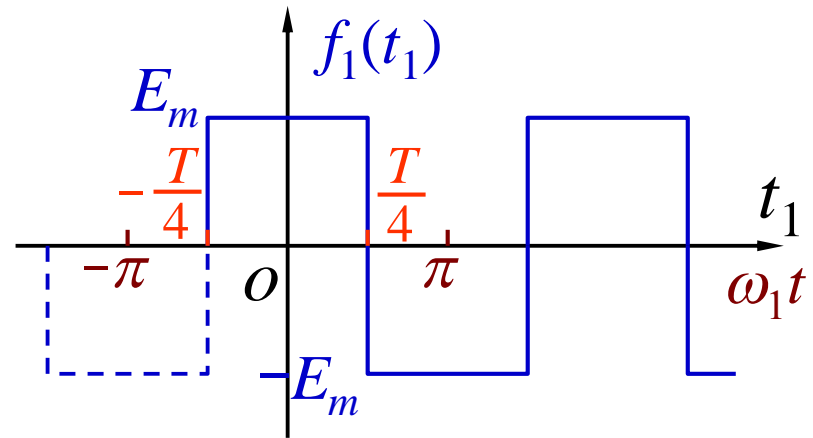
所以只需求 b_k 即可。

$$\begin{aligned} b_k &= \frac{2}{\pi} \int_0^{\pi} E_m \sin(k\omega_1 t) d(\omega_1 t) \\ &= \frac{2E_m}{k\pi} [1 - \cos(k\pi)] \\ &= \begin{cases} 0 & k \text{ 为偶数} \\ \frac{4E_m}{k\pi} & k \text{ 为奇数} \end{cases} \end{aligned}$$

结果见教材P320。



若将坐标右移 $T/4$



则新旧函数的关系为：

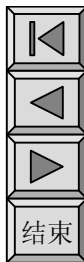
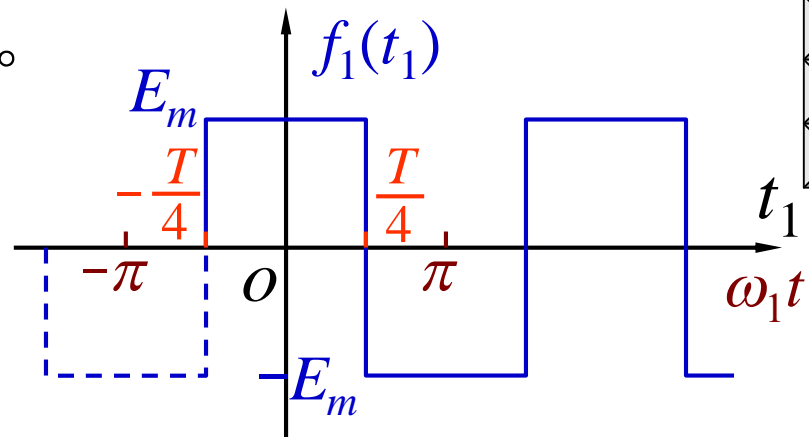
$$f(t) = f_1 \left[t - \frac{T}{4} \right] = f_1(t_1)$$

由对称性可知： $A_0=0$ ， $b_k=0$ 。

$$a_k = \frac{2}{\pi} \int_0^{\pi} E_m \cos(k\omega_1 t_1) d(\omega_1 t_1)$$

$$= \frac{2}{\pi} \left[\int_0^{\frac{\pi}{2}} E_m \cos(k\omega_1 t_1) d(\omega_1 t_1) \right.$$

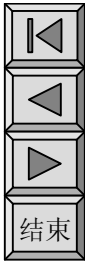
$$\left. + \int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} (-E_m) \cos(k\omega_1 t_1) d(\omega_1 t_1) \right] = \frac{4E_m}{k\pi} \sin \frac{k\pi}{2}$$



k 为偶数， $a_k=0$ 。 k 为奇数， $a_k = \frac{4E_m}{k\pi} (-1)^{\frac{k-1}{2}}$

$$f_1(t_1) = \frac{4E_m}{\pi} \left[\cos(\omega_1 t_1) - \frac{1}{3} \cos(3\omega_1 t_1) + \frac{1}{5} \cos(5\omega_1 t_1) + \dots \right]$$

或者： $f_1(t_1) = \frac{4E_m}{\pi} \sum_{k=1}^{\infty} (-1)^{k-1} \frac{1}{2k-1} \cos[(2k-1)\omega_1 t_1]$

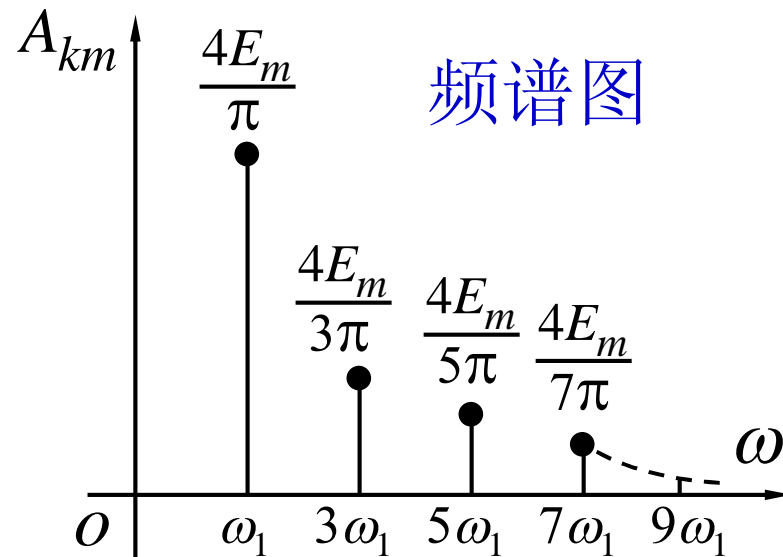


若需要写 $f(t)$ 的展开式, $f(t) = f_1 \left[t - \frac{T}{4} \right]$

$$f(t) = \frac{4E_m}{\pi} \left[\cos\left(\omega_1 t - \frac{\omega_1 T}{4}\right) - \frac{1}{3} \cos\left(3\omega_1 t - \frac{3\omega_1 T}{4}\right) + \dots \right]$$

因 $\omega_1 T = 2\pi$ 所以 $\omega_1 T/4 = \pi/2$

$$f(t) = \frac{4E_m}{\pi} \left[\sin(\omega_1 t) + \frac{1}{3} \sin(3\omega_1 t) + \frac{1}{5} \sin(5\omega_1 t) + \dots \right]$$



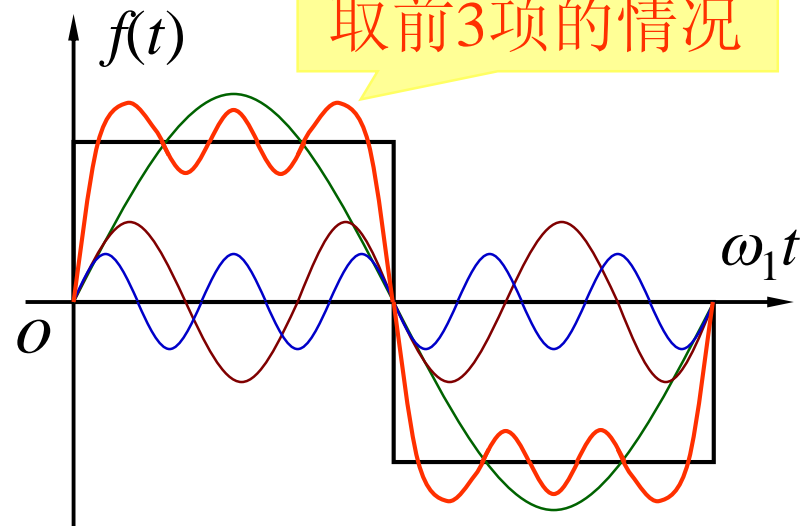
$$f(t) = \frac{4E_m}{\pi} \left[\sin(\omega_1 t) + \frac{1}{3} \sin(3\omega_1 t) + \frac{1}{5} \sin(5\omega_1 t) + \dots \right]$$

理论上，一个收敛的傅里叶级数要取无穷多项，才能准确代表原函数。

实用中，根据展开式的收敛速度和误差要求取前几项，高次谐波可以忽略。

方波的展开式收敛速度比较慢：

在 $\omega_1 t = \pi/2$ 时，取到11次谐波， $f(\pi/2) \approx 0.95E_m$ ；



13次， $\approx 1.05E_m$ ；

35次， $\approx 0.98E_m$ 。

分析时还应考虑频率响应。如：在某个(些)频率下可能发生谐振等。

§ 13-3 有效值、平均值和平均功率

1. 有效值

$$I = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T i^2(t) dt}$$

💡 当给出的电流(或电压)是波形或不是展开式时, 用定义式直接计算。

💡 为了找出有效值与各次谐波的关系, 将展开式代入定义式积分。

👉 回忆三角函数的性质:

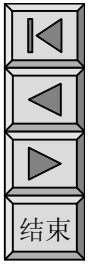
① \sin 、 \cos 、 \sin^2 、 \cos^2 在一个周期内的积分为0;

② 正交性质 ($k \neq q$)

$$\frac{1}{T} \int_0^{2\pi} \cos k\omega t \sin q\omega t d(\omega t) = 0$$

$$\frac{1}{T} \int_0^{2\pi} \cos k\omega t \cos q\omega t d(\omega t) = 0$$

$$\frac{1}{T} \int_0^{2\pi} \sin k\omega t \sin q\omega t d(\omega t) = 0$$



设非正弦周期电流可以分解为傅里叶级数:

$$i = I_0 + \sum_{k=1}^{\infty} I_{km} \cos(k\omega_1 t + \phi_k)$$

$$i^2 = I_0^2 + 2I_0 \sum_{k=1}^{\infty} I_{km} \cos(k\omega_1 t + \phi_k) + \left[\sum_{k=1}^{\infty} I_{km} \cos(k\omega_1 t + \phi_k) \right]^2$$

积分结果为零
该项可化为(k≠q)

$$\sum_{k=1}^{\infty} I_{km}^2 \cos^2(k\omega_1 t + \phi_k) + \sum_{k=1}^{\infty} \frac{2I_{km} \cos(k\omega_1 t + \phi_k) I_{qm} \cos(q\omega_1 t + \phi_q)}{\text{积分结果为零}}$$

$2\cos^2\alpha = 1 + \cos 2\alpha$

该项目的积分
结果为:

$$\sum_{k=1}^{\infty} I_k^2$$

第一项的积
分结果为:

$$\frac{1}{T} \int_0^T I_0^2 dt = I_0^2$$

非正弦周期电流的有效值与各分量的关系为

$$I = \sqrt{I_0^2 + \sum_{k=1}^{\infty} I_k^2} = \sqrt{I_0^2 + I_1^2 + I_2^2 + I_3^2 + \dots}$$

💡 周期函数的有效值为直流分量及各次谐波分量有效值平方和的方根。

👉 此结论可以推广用于其他非正弦周期量。

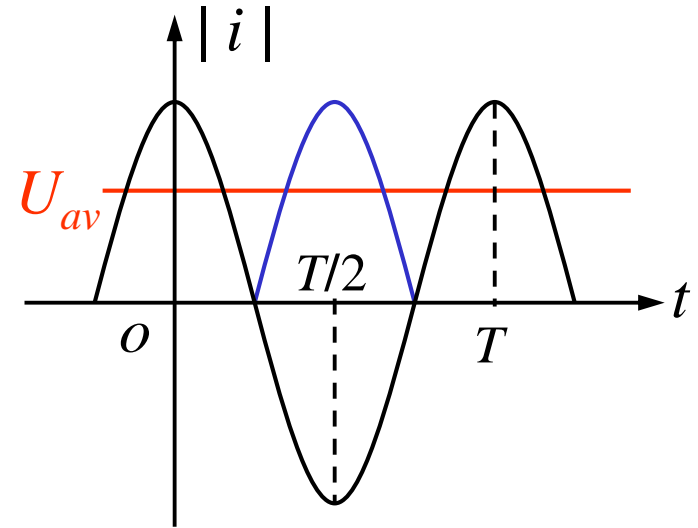
对非正弦周期电压

$$U = \sqrt{U_0^2 + \sum_{k=1}^{\infty} U_k^2}$$

当给出的电流或电压是展开的级数形式时，可分别用以上两式计算。

2. 平均值

$$U_{av} \stackrel{\text{def}}{=} \frac{1}{T} \int_0^T |i| dt$$



对同一非正弦量进行测量时，不同类型的仪表有不同的结果：

直流仪表(磁电系仪表)表针的偏转角

$$\alpha \propto \frac{1}{T} \int_0^T i dt$$

所以测量结果是恒定分量 A_0 。

2010年3月3日星期三

交流仪表(电磁系仪表)表针的偏转角

$$\alpha \propto \frac{1}{T} \int_0^T i^2 dt$$

所以测量结果是有效值。

全波整流(磁电系)仪表表针的偏转角

$$\alpha \propto \frac{1}{T} \int_0^T |i| dt$$

所以测量结果是平均值。

3. 平均功率

$$\text{设 } i = I_0 + \sum_{k=1}^{\infty} I_{km} \cos(k\omega_1 t + \phi_{ik})$$

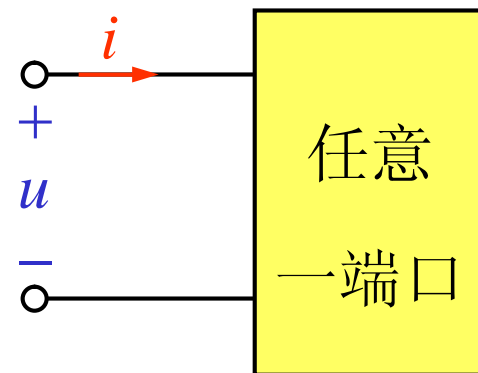
$$u = U_0 + \sum_{k=1}^{\infty} U_{km} \cos(k\omega_1 t + \phi_{uk})$$

因电流与电压的参考方向关联，故一端口吸收的瞬时功率为 $p=ui$ 。

所以平均功率为

$$P = \frac{1}{T} \int_0^T ui \, dt$$

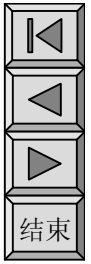
积分结果为



$$P = U_0 I_0 + \sum_{k=1}^{\infty} U_k I_k \cos \varphi_k$$

☞ U_k 、 I_k 是第 k 次谐波的有效值。

☞ φ_k 是第 k 次谐波电流与电压的相位差。



§ 13-4 非正弦电流电路的计算

① 分解;

把给定电源的非正弦周期电流或电压作傅里叶级数分解。

② 计算;

利用直流和正弦交流电路的计算方法，对直流和各次谐波激励分别计算其响应。

③ 叠加。

将以上计算结果转换为瞬时值迭加。

注意

交流各次谐波电路计算可应用相量法，迭加时必须用瞬时值；

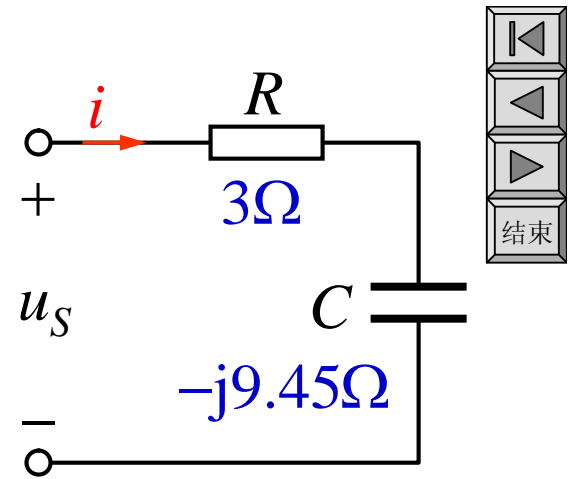
L 、 C 对直流分量、各次谐波分量的“态度”是不同的：

$$X_{kL} = k\omega L$$

$$X_{kC} = \frac{1}{k\omega C}$$

例2

$u_S = [10 + 141.40 \cos(\omega_1 t) + 47.13 \cos(3\omega_1 t) + 28.28 \cos(5\omega_1 t) + 20.20 \cos(7\omega_1 t) + 15.71 \cos(9\omega_1 t) + \dots]$ V, 试求 i 和 P 。



解：分析步骤

①分解：已是级数形式。

②分别求各分量单独作用的结果；

注意感抗、容抗与频率的关系！

$k = 0$ ，因C有隔直作用所以 $I_0 = 0$ ， $P_0 = 0$

$k = 1$ ，基波作用

$$\begin{aligned} \dot{I}_{m(1)} &= \frac{141.4 \angle 0^\circ}{3 - j9.45} \\ &= 14.26 \angle 72.39^\circ \text{ A} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} P_{(1)} &= I_{(1)}^2 R = \frac{1}{2} I_{m(1)}^2 R \\ &= 305.02 \text{ W} \end{aligned}$$

$$\dot{I}_{m(1)} = 14.26 \angle 72.39^\circ \text{ A}, P(1) = 305.02 \text{ W}$$

$$k = 3, X_{C(3)} = \frac{1}{3} X_{C(1)} = \frac{9.45}{3} = 3.15 \Omega$$

$$\dot{I}_{m(3)} = \frac{47.13 \angle 0^\circ}{3 - j3.15} = 10.83 \angle 46.4^\circ \text{ A}$$

$$P_{(3)} = I_{(3)}^2 R = \frac{1}{2} I_{m(3)}^2 R = 175.93 \text{ W}$$

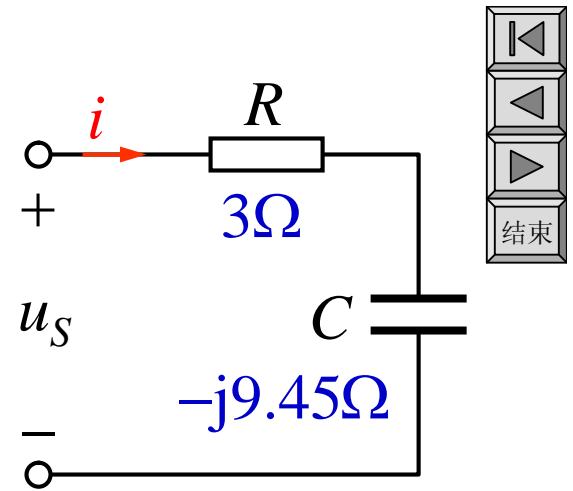
同理可求得： $\dot{I}_{m(5)}$ 、 $\dot{I}_{m(7)}$ 、 $\dot{I}_{m(9)}$ 和 $P_{(5)}$ 、 $P_{(7)}$ 、 $P_{(9)}$ 。

③用叠加原理，按时域形式叠加

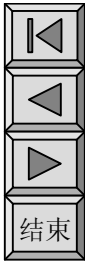
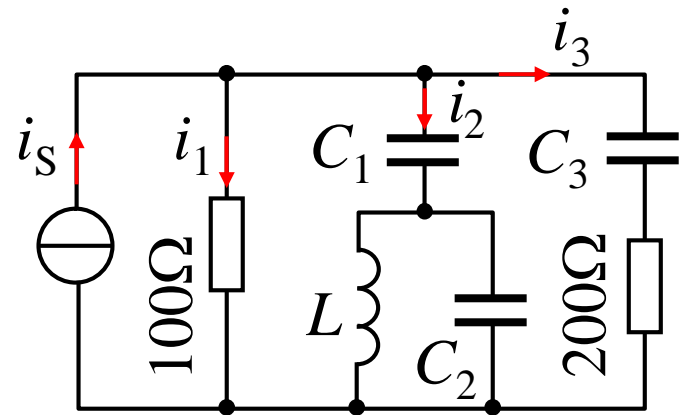
$$i = 14.26 \cos(\omega_1 t + 72.39^\circ) + 10.83 \cos(3\omega_1 t + 46.4^\circ) + \dots$$

$$P = P_0 + P_{(1)} + P_{(3)} + \dots + P_{(9)} = 669.8 \text{ W}$$

⚡ 注意：同频率的电压电流构成有功功率。



例3: 已知 $L=0.1\text{H}$, $C_3=1\mu\text{F}$,
 电容 C_1 中只有基波电流, 电容
 C_3 中只有三次谐波电流, 求 C_1 、
 C_2 和各支路电流。 给定
 $i_s=5+20\cos 1000t+10\cos 3000t \text{ A}$



解: C_1 中只有基波电流,
 说明 L 和 C_2 对三次谐波
 发生并联谐振。所以:

$$C_2 = \frac{1}{\omega^2 L} = \frac{10}{9} \mu\text{F}$$

C_3 中只有三次谐波电
 流, 说明 L 、 C_1 、 C_2

对基波发生串联谐
 振。 所以:

$$\frac{1}{j\omega C_1} + \frac{L/C_2}{j(\omega L - 1/\omega C_2)} = 0$$

$$C_1 = \frac{80}{9} \mu\text{F}$$

例3: 求 C_1 、 C_2 和各支路电流。

已知 $L=0.1\text{H}$, $C_3=1\mu\text{F}$

$$i_s = 5 + 20\cos 1000t + 10\cos 3000t \text{ A}$$

直流作用时

$$I_{1(0)} = 5\text{A}, I_{2(0)} = I_{3(0)} = 0$$

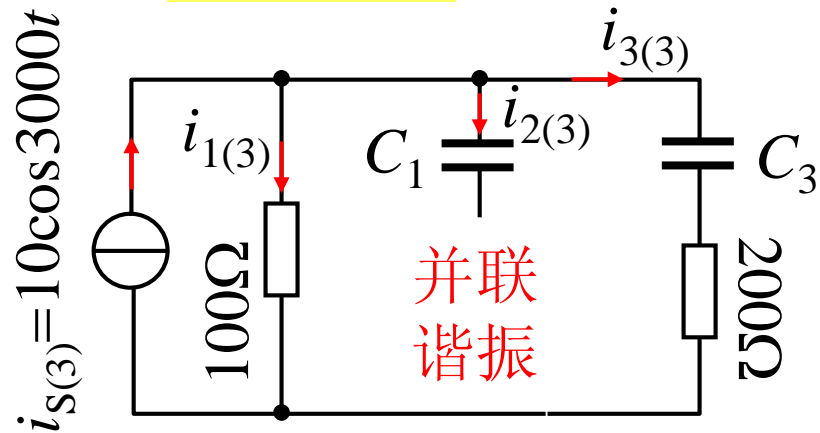
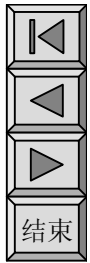
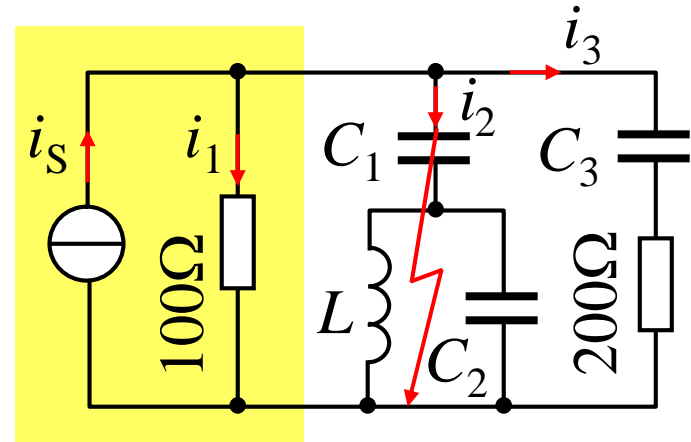
基波作用时串联谐振

$$i_{2(1)} = 20\cos 1000t \text{ A}$$

$$i_{1(1)} = i_{3(1)} = 0$$

三次谐波作用时

$$\dot{I}_{3m(3)} = \frac{100 \times 10}{100 + 200 - j10^3/3}$$



$$= \frac{30}{9 - j10} = 2.23 \angle 48^\circ \text{ A}$$

$$\dot{I}_{1m(3)} = \dot{I}_{S(3)} - \dot{I}_{3m(3)} = 8.67 \angle -11^\circ \text{ A}$$

例3：求 C_1 、 C_2 和各支路电流。

已知 $L=0.1\text{H}$, $C_3=1\text{mF}$

$$i_s = 5 + 20\cos 1000t + 10\cos 3000t \text{ A}$$

直流作用时

$$I_{1(0)} = 5\text{A}, I_{2(0)} = I_{3(0)} = 0$$

基波作用时

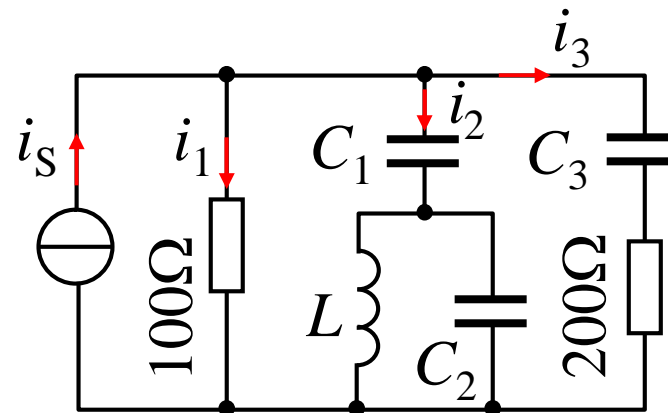
$$i_{2(1)} = 20\cos 1000t \text{ A}$$

$$i_{1(1)} = i_{3(1)} = 0$$

三次谐波作用时

$$\dot{I}_{3m(3)} = 2.23 \angle 48^\circ \text{ A}$$

$$\dot{I}_{1m(3)} = 8.67 \angle -11^\circ \text{ A}$$



三次谐波作用时的瞬时值

$$i_{3(3)} = 2.23\cos(3000t + 48^\circ) \text{ A}$$

$$i_{1(3)} = 8.67\cos(3000t - 11^\circ) \text{ A}$$

按时域形式叠加：

$$i_1 = 5 + 8.67\cos(3000t - 11^\circ) \text{ A}$$

$$i_2 = 20\cos 1000t \text{ A}$$

$$i_3 = 2.23\cos(3000t + 48^\circ) \text{ A}$$

* § 13-5 对称三相电路的高次谐波

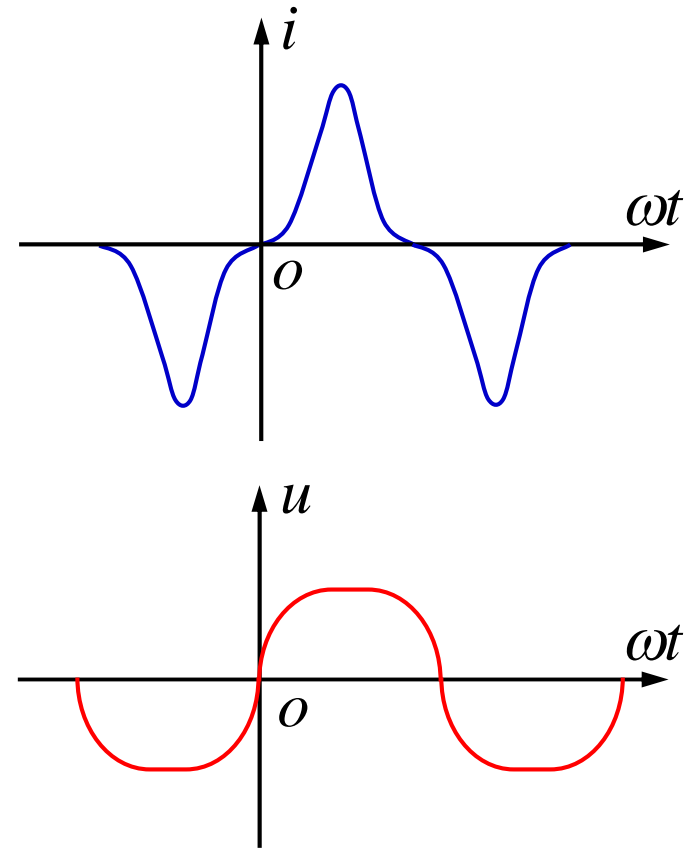
三相发电机、变压器、电动机等都带有铁心，所以由它们组成的对称三相电路，其电压、电流都可能含有高次谐波分量。

根据对称三相电源的概念，若A相电压 $u_A = u(\omega t)$

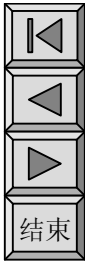
$$\text{则 } u_B = u(\omega t - 120^\circ),$$

$$u_C = u(\omega t + 120^\circ)$$

由于三相发电机每相电压或电流总是奇函数，



所以傅里叶级数展开式中不含偶次谐波。



以电压为例，若 u_A 的展开式为：

$$u_A = U_{m1} \cos(\omega_1 t + \phi_1) + U_{m3} \cos(3\omega_1 t + \phi_3) + U_{m5} \cos(5\omega_1 t + \phi_5) \\ + U_{m7} \cos(7\omega_1 t + \phi_7) + \dots$$

则 u_B 、 u_C 分别为：

$$u_B = U_{m1} \cos(\omega_1 t - 120^\circ + \phi_1) + U_{m3} \cos(3\omega_1 t - 360^\circ + \phi_3) \\ + U_{m5} \cos(5\omega_1 t - 600^\circ + \phi_5) + U_{m7} \cos(7\omega_1 t - 840^\circ + \phi_7) + \dots$$

$$u_C = U_{m1} \cos(\omega_1 t + 120^\circ + \phi_1) + U_{m3} \cos(3\omega_1 t + 360^\circ + \phi_3) \\ + U_{m5} \cos(5\omega_1 t + 600^\circ + \phi_5) + U_{m7} \cos(7\omega_1 t + 840^\circ + \phi_7) + \dots$$

注意到三角函数的周期性，上述
三相电压的展开式可以整理为

$$u_A = U_{m1} \cos(\omega_1 t + \phi_1) + U_{m3} \cos(3\omega_1 t + \phi_3) \\ + U_{m5} \cos(5\omega_1 t + \phi_5) + U_{m7} \cos(7\omega_1 t + \phi_7) + \dots$$

$$u_B = U_{m1} \cos(\omega_1 t - 120^\circ + \phi_1) + U_{m3} \cos(3\omega_1 t + \phi_3) \\ + U_{m5} \cos(5\omega_1 t + 120^\circ + \phi_5) + U_{m7} \cos(7\omega_1 t - 120^\circ + \phi_7) + \dots$$

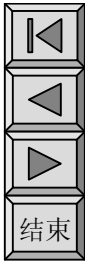
$$u_C = U_{m1} \cos(\omega_1 t + 120^\circ + \phi_1) + U_{m3} \cos(3\omega_1 t + \phi_3) \\ + U_{m5} \cos(5\omega_1 t - 120^\circ + \phi_5) + U_{m7} \cos(7\omega_1 t + 120^\circ + \phi_7) + \dots$$

基波、7次、...、(6n+1)次谐波 [n为自然数] 分别是正序对称的三相电压，构成正序组；

5次、11次、...、(6n+5)次谐波分别构成负序组；

3次、9次、...、(6n+3)次谐波 分别构成零序组；

即三相对称非正弦周期量可分解为三类对称组。



在对称非正弦情况下

1. 对Y连接的电源，相电压含全部谐波分量

$$U_{\text{ph}} = \sqrt{U_{\text{ph1}}^2 + U_{\text{ph3}}^2 + U_{\text{ph5}}^2 + \dots}$$

线电压中不含零序组 ($u_{AB} = u_A - u_B$)

$$U_l = \sqrt{U_{l1}^2 + U_{l5}^2 + U_{l7}^2 + \dots}$$

或 $U_l = \sqrt{3} \sqrt{U_{\text{ph1}}^2 + U_{\text{ph5}}^2 + U_{\text{ph7}}^2 + \dots}$

2. 由正序组和负序组电源、对称负载组成的对称三相电路，仍可分别归结为一相计算，方法同 § 11-3。

对零序组，由于中点电压不为零，所以不能归结为一相计算。分两种情况：

❏ 无中线时

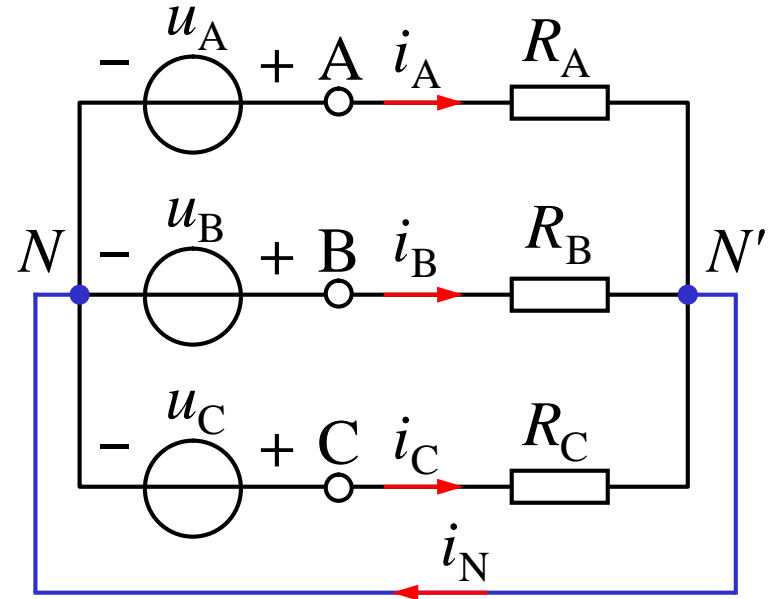
负载(相)电流、线电流不含零序组分量。

中点之间的电压只含零序组分量：

$$U_{N'N} = \sqrt{U_{\text{ph3}}^2 + U_{\text{ph9}}^2 + \dots}$$

由于负载电流没有零序分量，所以负载相电压中也没有零序分量。

负载端线电压仍是相电压的 $\sqrt{3}$ 倍。



❏ 当有中线时

中线中有零序组电流分量。

注意到零序分量的特点，不难分别算出零序组谐波电流。

3. 电源接成 Δ 时

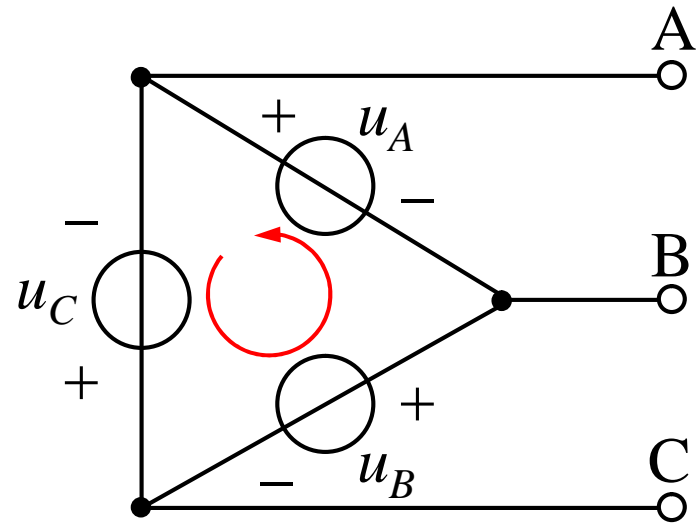
正序组和负序组的回路电压为零。

但零序组的回路电压不为零，将产生环流：

$$I_{(3)} = \frac{3U_{\text{ph3}}}{3Z_3} = \frac{U_{\text{ph3}}}{Z_3}$$

$$I_{(9)} = \frac{U_{\text{ph9}}}{Z_9} \quad \dots$$

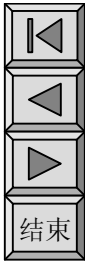
由于电压都降落在内阻抗上。所以 Δ 电源端线电压只含正序组和负序组分量。即



$$U_l = \sqrt{U_{l1}^2 + U_{l5}^2 + U_{l7}^2 + \dots}$$

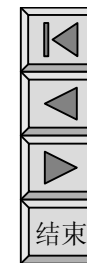
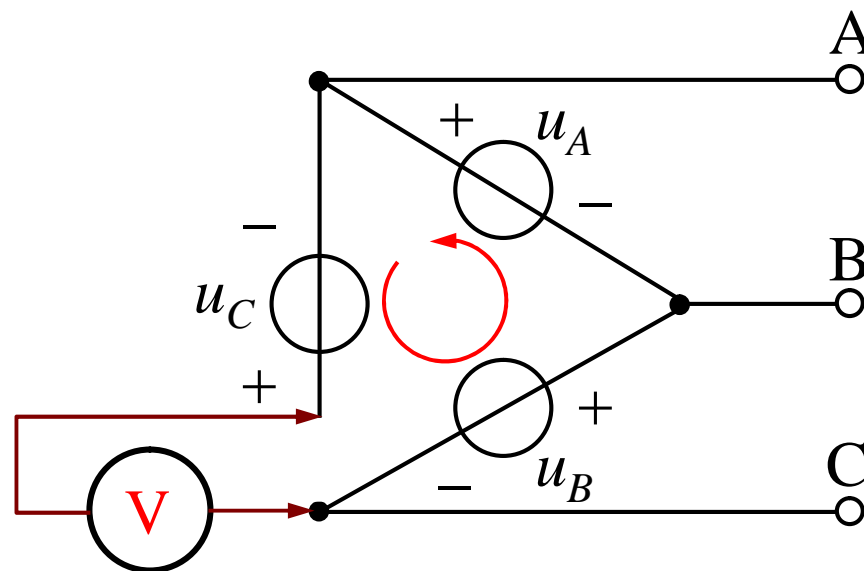
这一点与Y连接一样。

电源的 Δ 接法能消除零序电压对系统的影响。



思考：
打开缺口时，电压表的读数为

- A. 正序电压分量。
- B. 负序电压分量。
- C. 零序电压分量。



本章结束

