第十章　含有耦合电感的电路

结束

学习要点

☝ 熟练掌握互感的概念；

✌ 具有耦合电感电路的计算方法：

①直接列写方程的支路法或回路法。

②受控源替代法。

③互感消去法。

👌掌握空心变压器和理想变压器的应用。

结束

重点

☝ 互感和互感电压的概念及同名端的含义；

✌ 含有互感电路的计算；

👌 空心变压器和理想变压器的电路模型。

难点

互感耦合电感的同名端及互感电压极性的确定；

含有耦合电感的电路的方程

含有空心变压器和理想变压器的电路的分析。

本章与其它章节的联系

本章的学习内容建立在前面各章理论的基础之上。

结束

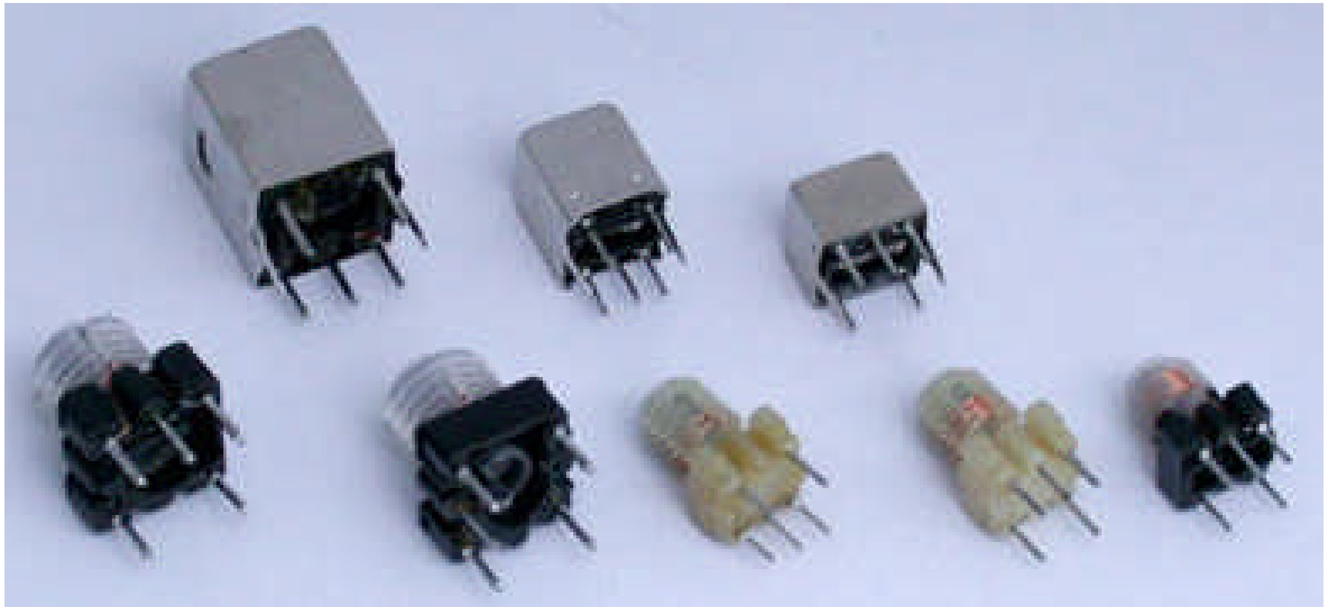
- 耦合电感元件属于多端元件，在实际电路中：

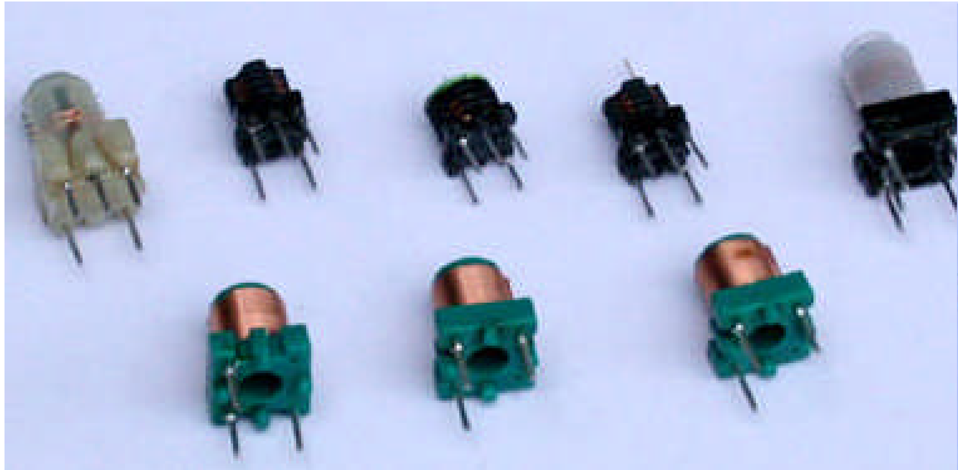
收音机、电视机中的中周线圈(中频变压器)、振荡线圈；

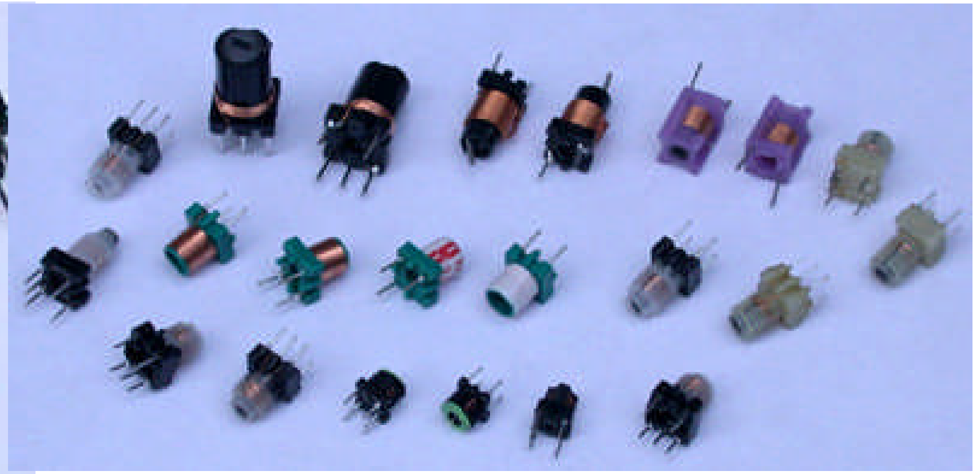
用于可控硅中频电源、中频电炉、超音频电源的降压、增流或升压隔离的中频变压器；

整流电源里使用的电源变压器；电力变压器等；

它们都是耦合电感元件，熟悉这类多端元件的特性，掌握包含这类多端元件的电路问题的分析方法非常必要。

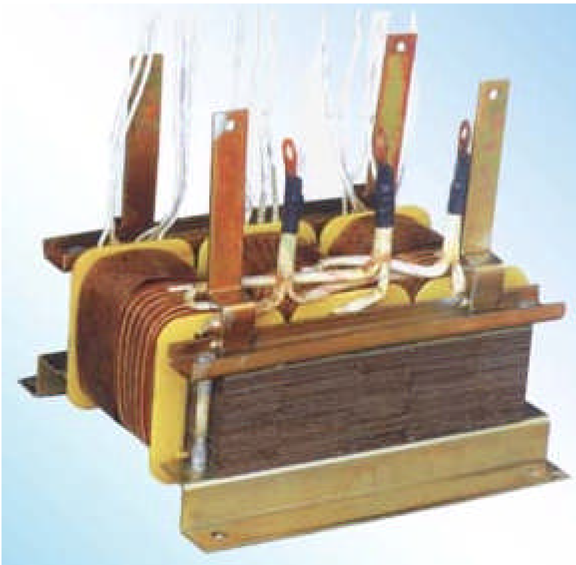




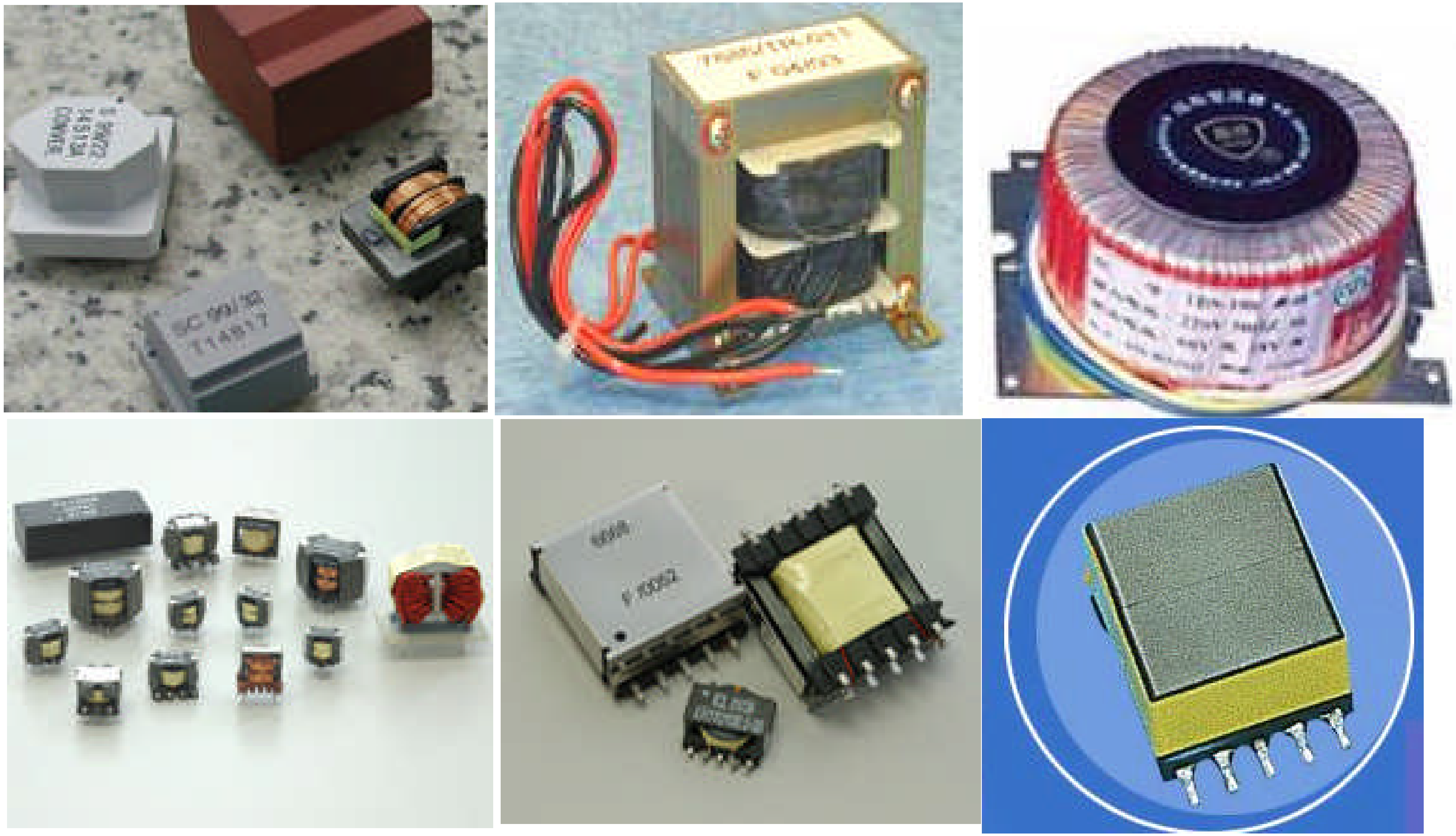


中周线圈(中频变压器)、振荡线圈

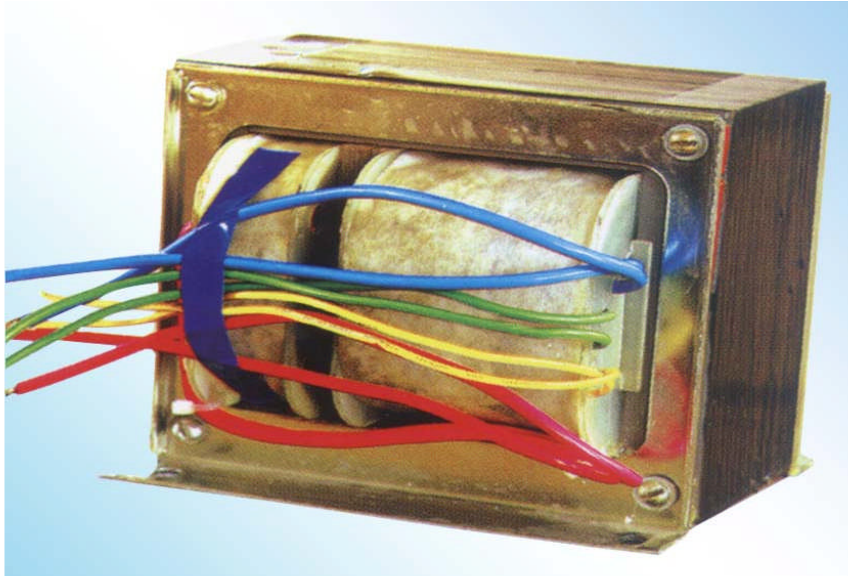
10kVA~300kVA的大功率单相、三相电源变压器。

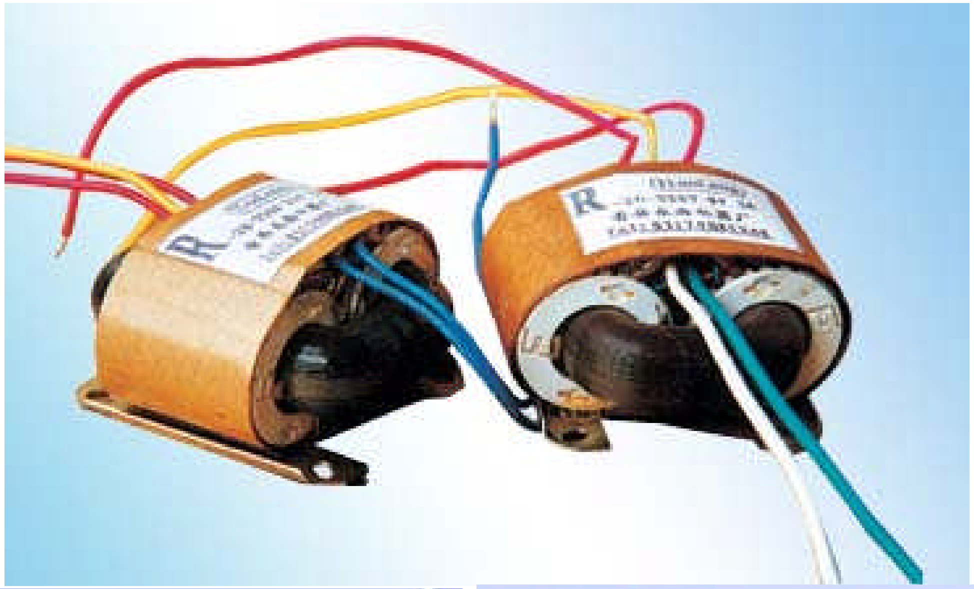


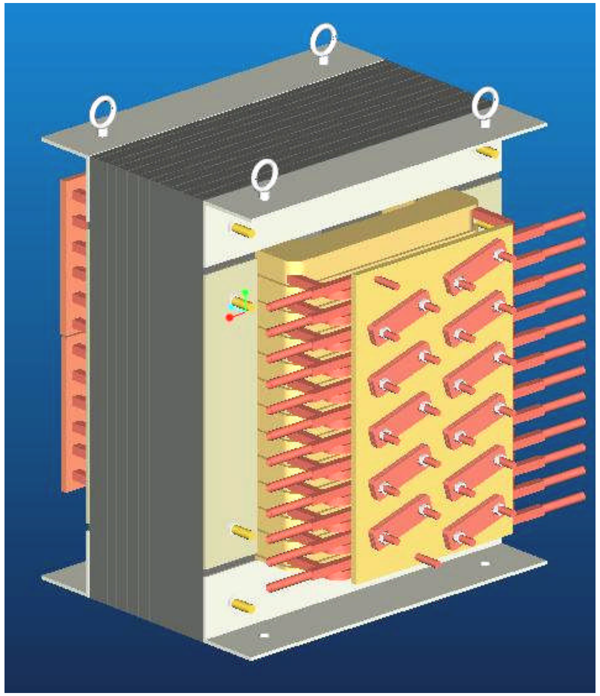
焊接设备使用的主变压器、控制变压器。

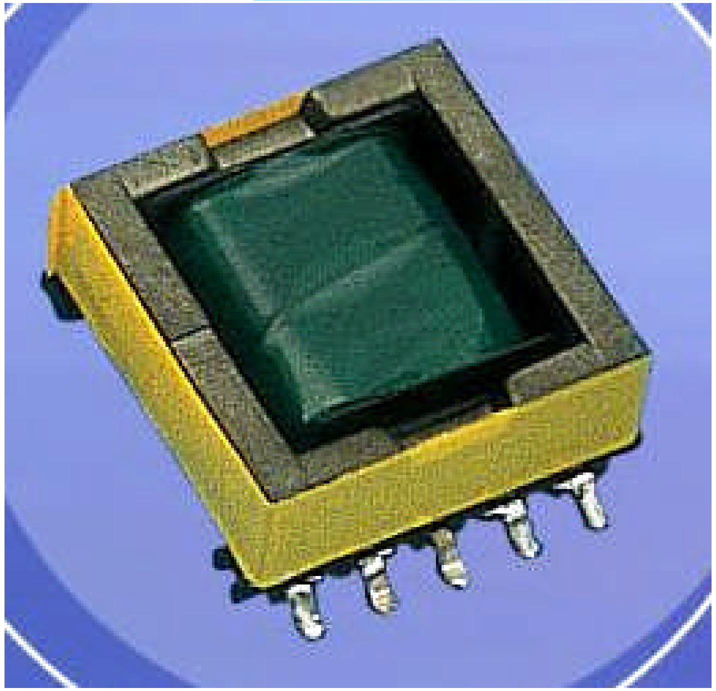


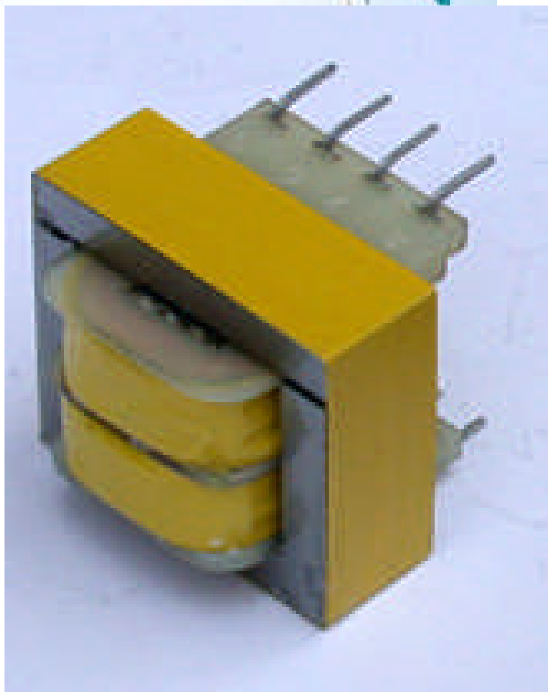
Power Transformer   Telecom Transformer   Audio Transformer











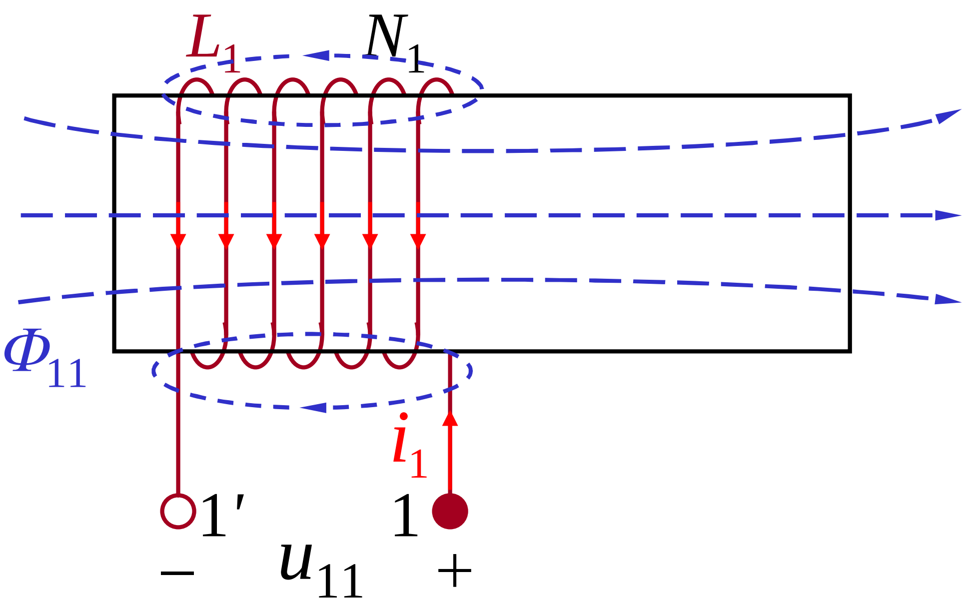
§ 10−1 互感

1. 互感的概念

☞一个电感线圈的情况

i_1产生的磁通为Φ_{11}。

i_1与Φ_{11}的参考方向符合右手螺旋法则，为关联的参考方向。



Φ_{11}穿越自身线圈时，产生的自感磁通链用Ψ_{11}表示：$\Psi_{11}=L_1 i_1$

当i_1变化时，将产生自感电压u_{11}。

若u_{11}与i_1取关联参考方向

则 $$u_{11}=\frac{\mathrm{d}\Psi_{11}}{\mathrm{d}t}=L_1\frac{\mathrm{d}i_1}{\mathrm{d}t}$$

以上是熟悉的情况。

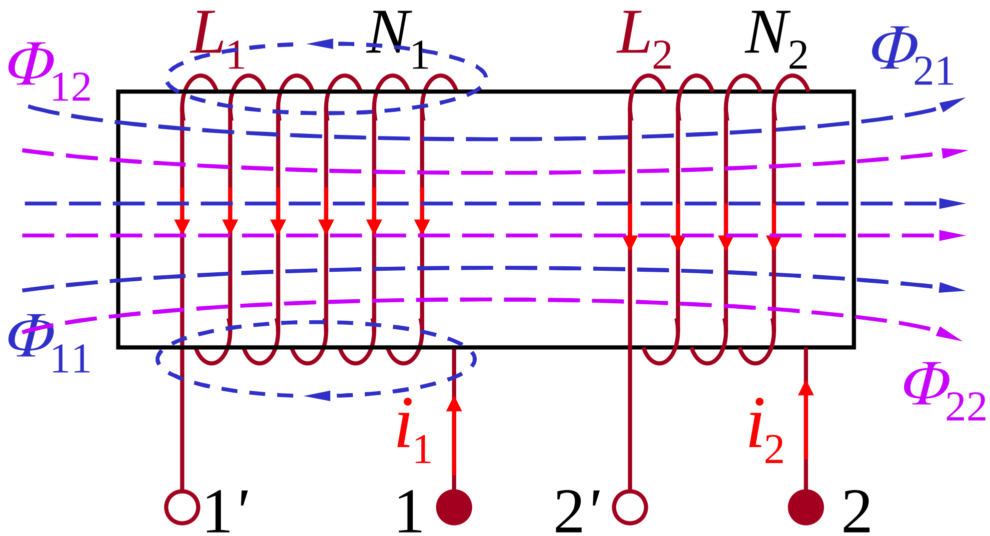
☞两个线圈的情况　若L_1邻近有一线圈L_2，则Φ_{11}的一部分会穿过L_2。

Φ_{21}称为互感磁通。

磁通链为Ψ_{21}。

同理：

i_2通过L_2时也产生磁通Φ_{22}，Φ_{22}的一部分Φ_{12}也穿过L_2。



耦合线圈中的总磁通链应该是自感磁通链和互感磁通链的代数和：

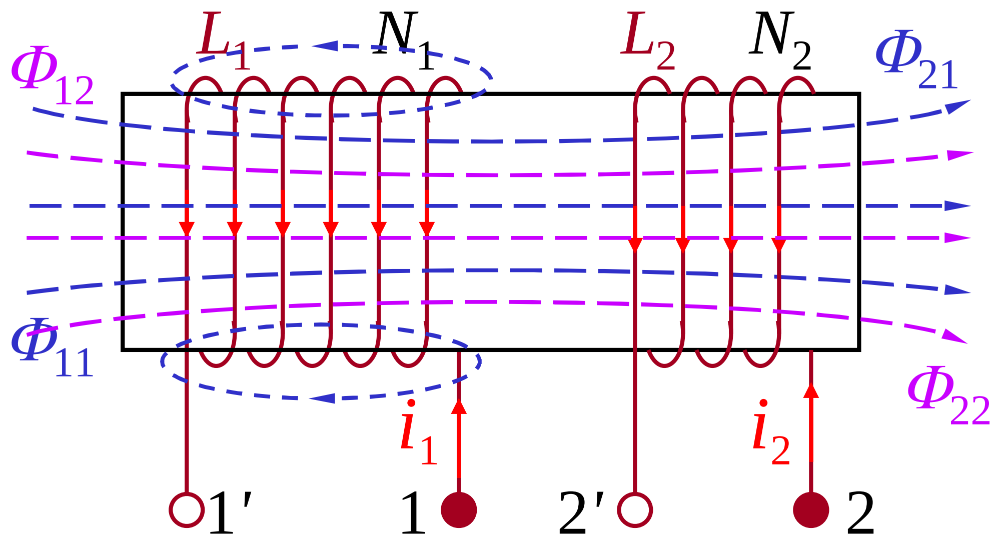
$$\Psi_1 = \Psi_{11} \pm \Psi_{12}$$

$$\Psi_2 = \Psi_{22} \pm \Psi_{21}$$

载流线圈之间通过彼此的磁场相互联系的物理现象称为磁耦合。

☞存在磁耦合的两个线圈，当一个线圈的磁通发生变化时，就会在另一个线圈上产生感应电压，称为互感电压。

这就是互感现象。



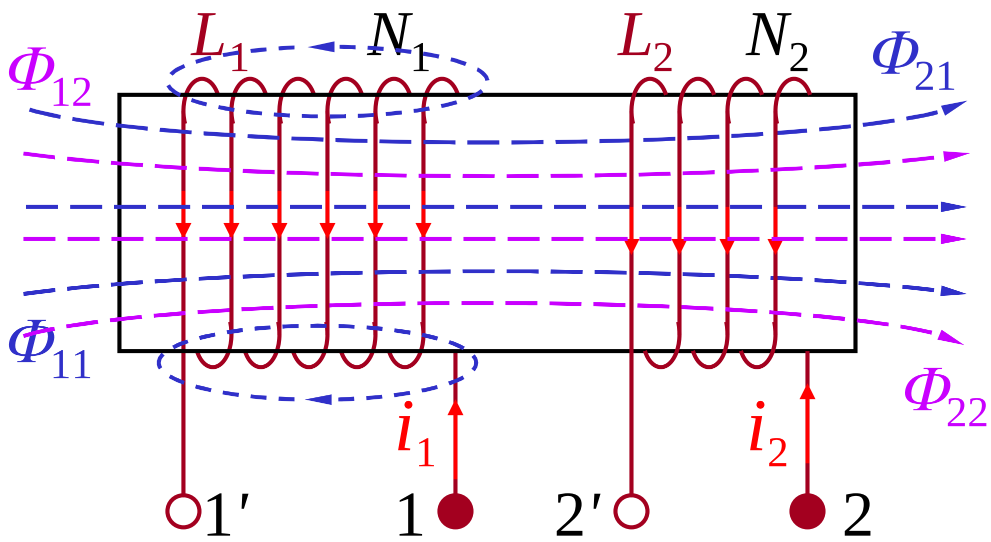
2. 互感系数

不管是自感磁通链，还是互感磁通链，都与它的施感电流成正比：

- $\Psi_{11}=L_1 i_1$， $\Psi_{22}=L_2 i_2$，
- $\Psi_{12}=M_{12} i_2$， $\Psi_{21}=M_{21} i_1$
- M_{12} 和 M_{21} 称互感系数。
- 简称互感，单位是 H。

结束

- M值与线圈的形状、几何位置、空间媒质有关，与线圈中的电流无关，因此满足：



$$M_{12} = M_{21} = M$$

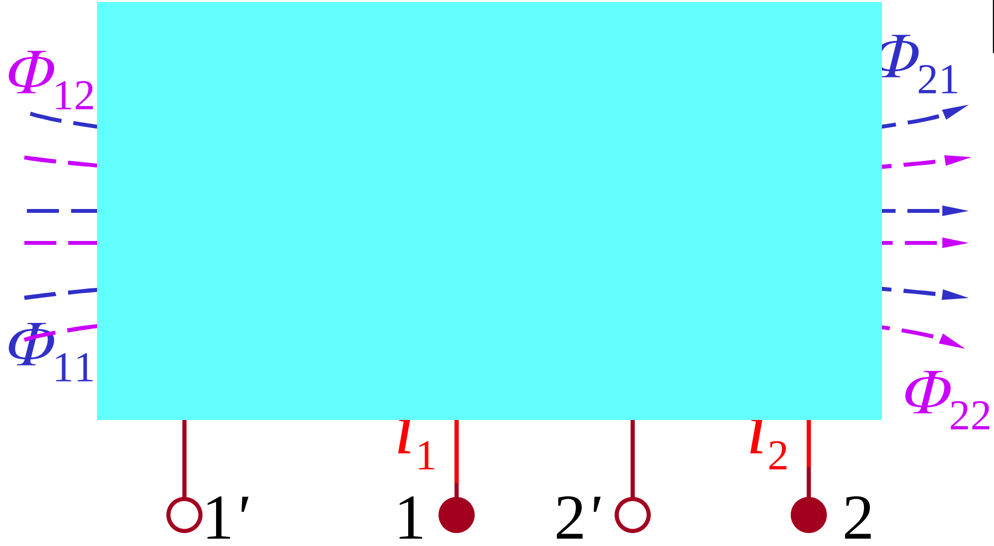
磁通链可表示为：

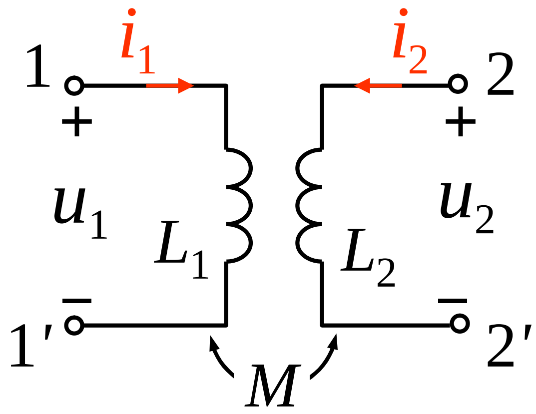
$$\Psi_1 = L_1 i_1 \pm M i_2 \qquad \Psi_2 = L_2 i_2 \pm M i_1$$

- 自感系数 L 总为正值，互感系数 M 值有正有负。正值表示自感磁链与互感磁链方向一致，互感起增助作用，负值表示自感磁链与互感磁链方向相反，互感起削弱作用。

3. 同名端的概念及其判断方法！

- 通过线圈的绕向、位置和施感电流的参考方向，用右手螺旋法则，就可以判定互感是“增助”还是“削弱”。
- 但实际的互感线圈往往是封闭的，看不出绕向；
- 在电路图中也无法反映绕向。



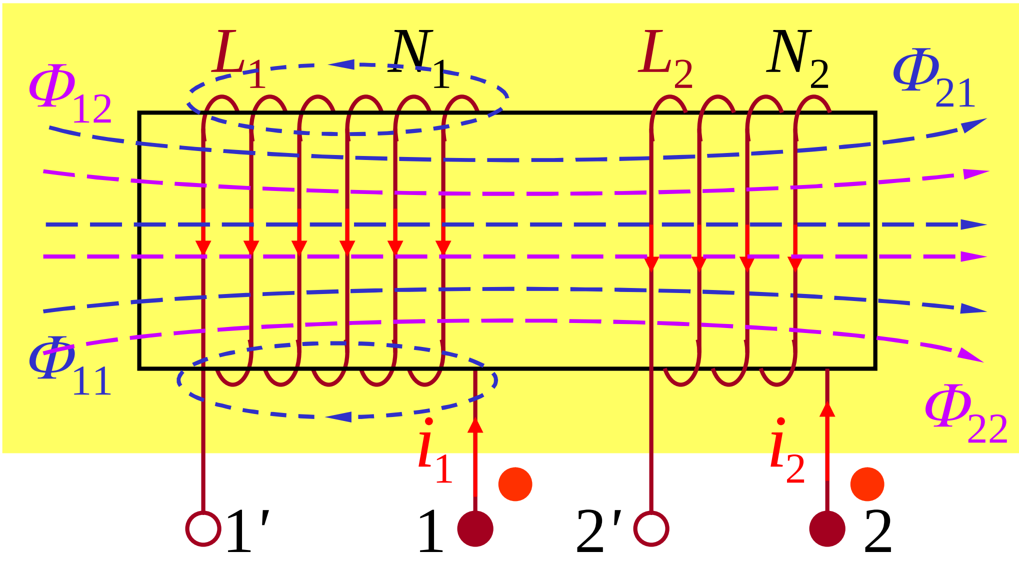


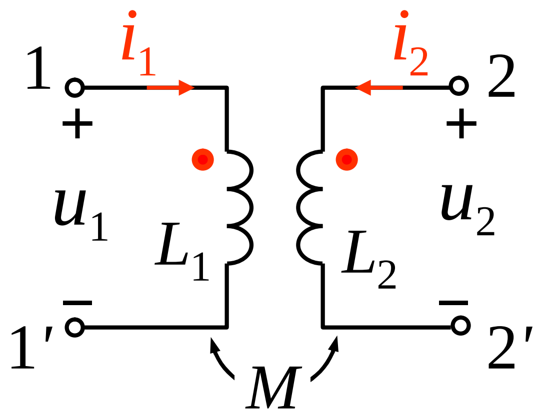
常用同名端表明互感线圈之间的绕向关系。

- 电流分别通入互感线圈时，使磁场相互增强的一对端点称同名端 。

用 “•” 或 “*”或“△”等标记。

无标记的另一对端点也是同名端。

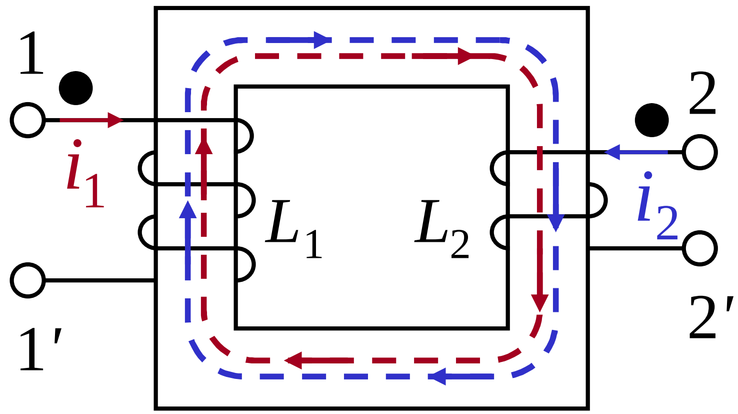




☝ 判别方法之一

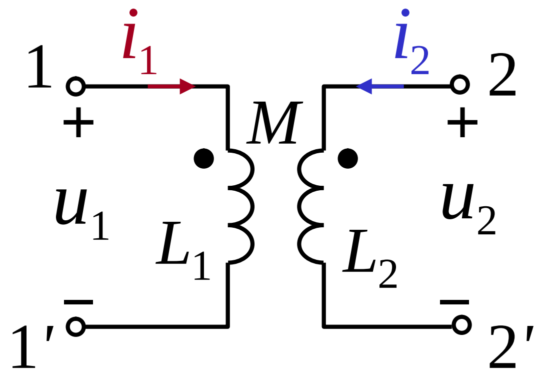
若能看出绕向，则根据线圈电流和磁通方向判定。

两个线圈分别施加电流 i_1、i_2 (均>0)，若产生的磁通方向相同，则i_1、i_2的流入端为同名端。

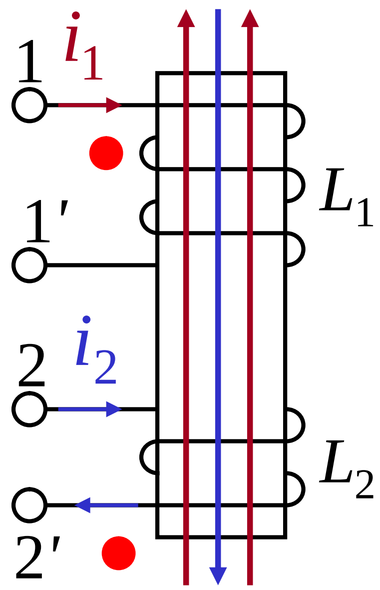


1、2 是同名端

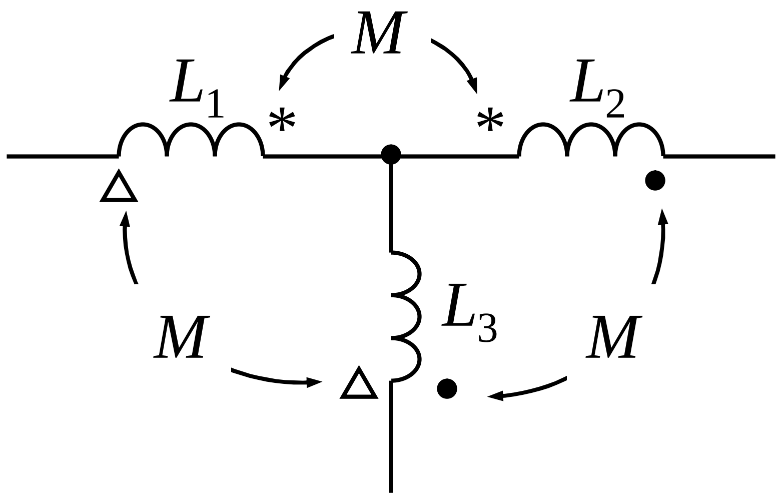
1′、2′ 也是同名端

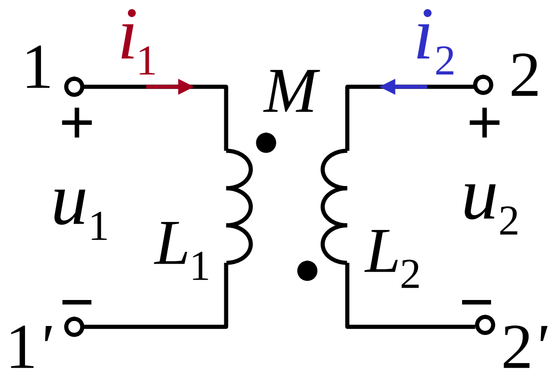


两个线圈分别施加电流 i_1、i_2 (均>0)，若产生的磁通方向相 同，则i_1、i_2的流入端为同名端。



- 当有两个以上的电感彼此耦合时，同名端要用不同的符号一对一对标记。





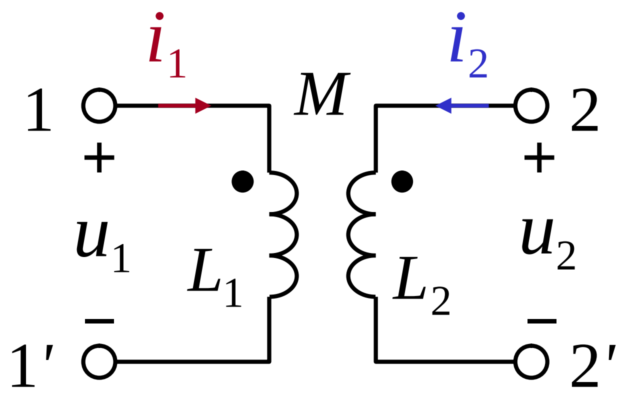
- 知道了同名端，在列写耦合线圈的VCR时，就不必关心线圈的具体绕向了。

4. 互感电压

若两耦合电感线圈的电压、电流都取关联的参考方向，则当电流变化时有：

$$u_1=\frac{\mathrm{d}\Psi_1}{\mathrm{d}t}=L_1\frac{\mathrm{d}i_1}{\mathrm{d}t}+M\frac{\mathrm{d}i_2}{\mathrm{d}t}$$

$$u_2=\frac{\mathrm{d}\Psi_2}{\mathrm{d}t}=L_2\frac{\mathrm{d}i_2}{\mathrm{d}t}+M\frac{\mathrm{d}i_1}{\mathrm{d}t}$$

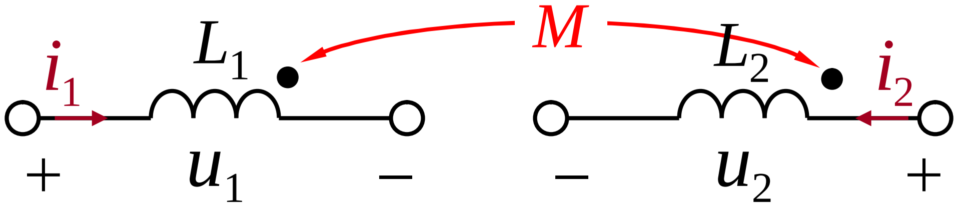


☞同名端与互感电压的参考极性

若i_1从L_1的同名端流入，则i_1在L_2中引起的互感电压参考“+”极在L_2的同名端。

同样，若i_2从L_2的同名端流入，则i_2在L_1中引起的互感电压参考“+”极在L_1的同名端。

练习：列出耦合电感的VCR



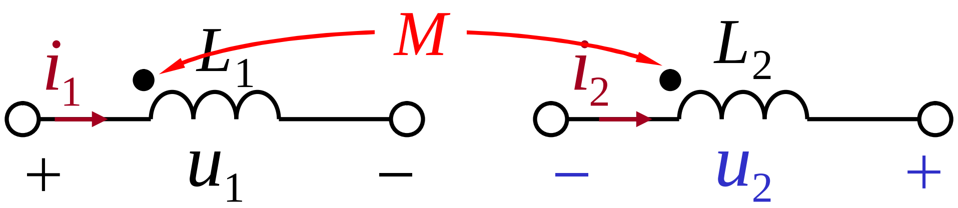
$$u_1 = L_1 \frac{\mathrm{d}i_1}{\mathrm{d}t} - M \frac{\mathrm{d}i_2}{\mathrm{d}t}$$

$$u_2 = L_2 \frac{\mathrm{d}i_2}{\mathrm{d}t} - M \frac{\mathrm{d}i_1}{\mathrm{d}t}$$

- 若施感电流为同频率正弦量，则耦合电感VCR的相量形式为：

$$\dot{U}_1 = \mathrm{j}\omega L_1 \dot{I}_1 - \mathrm{j}\omega M \dot{I}_2$$

$$\dot{U}_2 = \mathrm{j}\omega L_2 \dot{I}_2 - \mathrm{j}\omega M \dot{I}_1$$



$$u_1 = L_1 \frac{\mathrm{d}i_1}{\mathrm{d}t} + M \frac{\mathrm{d}i_2}{\mathrm{d}t}$$

$$u_2 = -L_2 \frac{\mathrm{d}i_2}{\mathrm{d}t} - M \frac{\mathrm{d}i_1}{\mathrm{d}t}$$

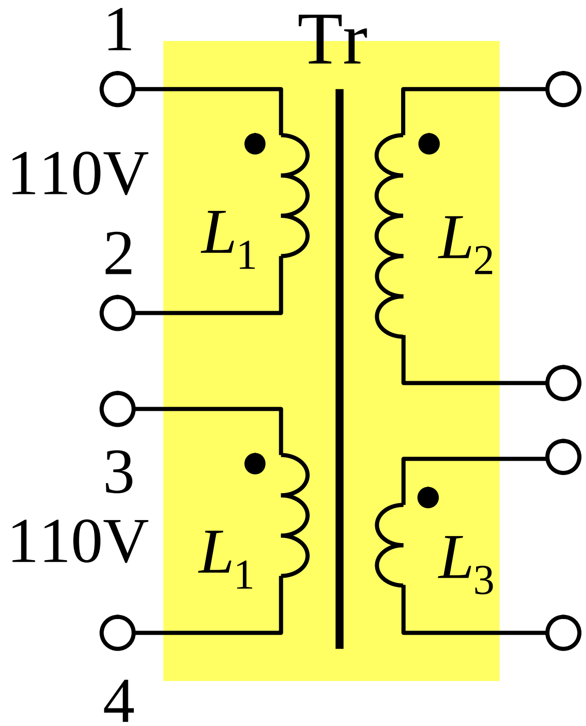
相量形式：

$$\dot{U}_1 = \mathrm{j}\omega L_1 \dot{I}_1 + \mathrm{j}\omega M \dot{I}_2$$

$$\dot{U}_2 = -\mathrm{j}\omega M \dot{I}_1 - \mathrm{j}\omega L_2 \dot{I}_2$$

☞同名端的判别在实践中占据重要地位。

例如：需要顺向串联的两个互感线圈，若错接成反向串联，则使输入阻抗减小，导致电流增大，可能会烧坏线圈。



🕯 正确连接：无论串还是并，互感应起“增助”作用。

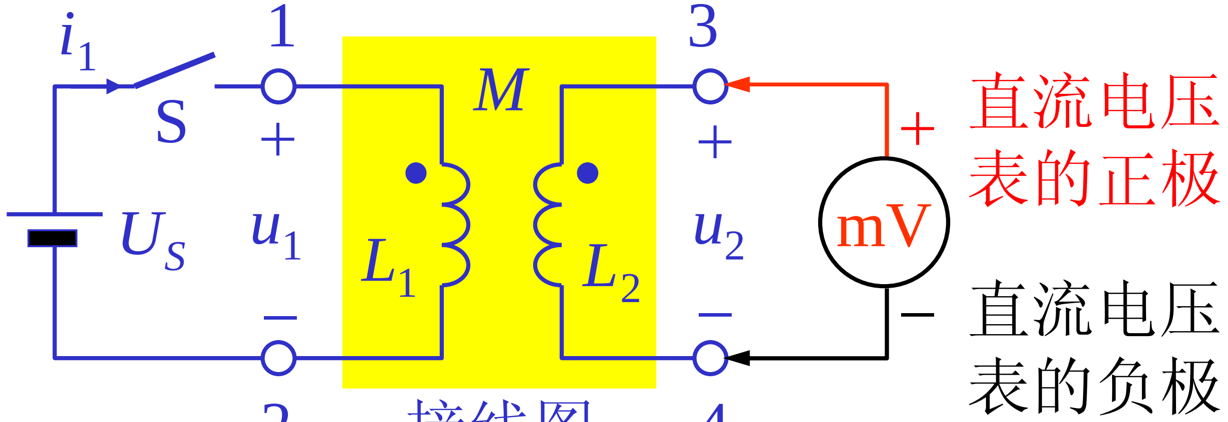
2接3 (串联)后，可将1、4 接在220V的电源上使用。

1接3、2接4(并联)后，可用在110V的电源上。

🕯 而在含有互感线圈(变压器耦合)的振荡电路中，若搞错同名端，则电路不起振。

✌ 同名端的判别法之二：实验法

依据：同名端的互感电压极性相同。



接线图

设1、3是同名端

则 $u_2 = M\dfrac{\mathrm{d}i_1}{\mathrm{d}t}$

S闭合后，$\dfrac{\mathrm{d}i_1}{\mathrm{d}t} > 0$

故 $u_2 > 0$

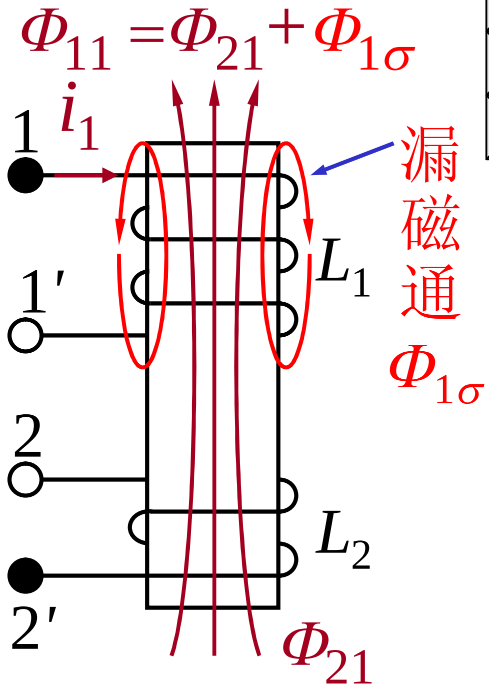
说明 u_2的实际极性与参考极性相同。因此

S闭合瞬间，若表针顺时针偏转，则假设正确。

否则，1、4是同名端。

5. 耦合因数 k

- 一般情况下，一个线圈中的电流所产生的磁通只有一部分与邻近线圈交链，另一部分称为漏磁通。
- 漏磁通越少，互感线圈之间的耦合程度越紧密。工程上常用耦合因数k表示其紧密程度：



$$k \overset{\text{del}}{=\!=} \sqrt{\frac{|\Psi_{12}|}{\Psi_{11}} \cdot \frac{|\Psi_{21}|}{\Psi_{22}}}$$

代入$\Psi_{11}=L_1 i_1$，$\Psi_{22}=L_2 i_2$

$\Psi_{12}=Mi_2$，$\Psi_{21}=M i_1$

得 $0 \leqslant k = \dfrac{M}{\sqrt{L_1 L_2}} \leqslant 1$

k 的大小与两线圈的结构、相对位置和周围的磁介质有关。

k=1为紧耦合。

§ 10−2 含有耦合电感电路的计算

☝ 方法1：直接列写方程法

与一般电路相比，在列写互感电路方程时，必须考虑互感电压，并注意极性。

对互感电路的正弦稳态分析，用相量形式。

✌ 方法2：互感消去法(去耦等效法)

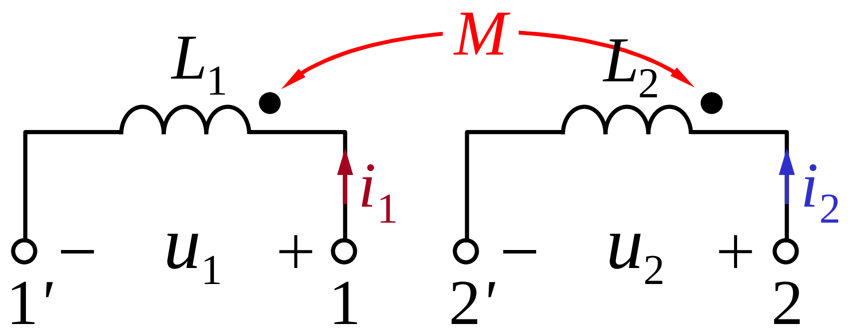
通过列写、变换互感电路的VCR方程，可以得到一个无感等效电路。

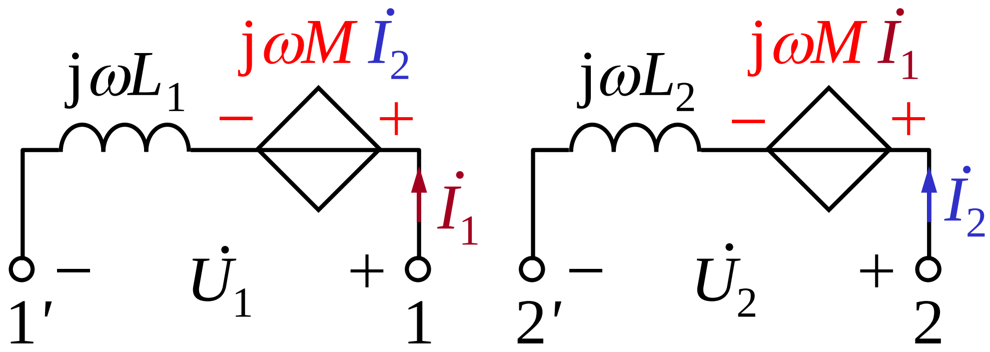
分析计算时，用无感等效电路替代互感电路即可。

方法3：受控源替代法

可以用相量形式的CCVS替代互感电压，从而将互感电压明确地画在电路中。

控制量为相邻电感的施感电流。被控量为互感电压， 极性根据同名端确定。





☺ 重复前面的话：

若 i_1从L_1的同名端流入，则 i_1在L_2中引起的互感电压参考 “+” 极在L_2的同名端。

若 i_2从L_2的同名端流入，则 i_2在L_1中引起的互感电压参考 “+”极在L_1的同名端。

1. 耦合电感的串联

(1) L_1、L_2 反向串联时，

互感起"削弱"作用。

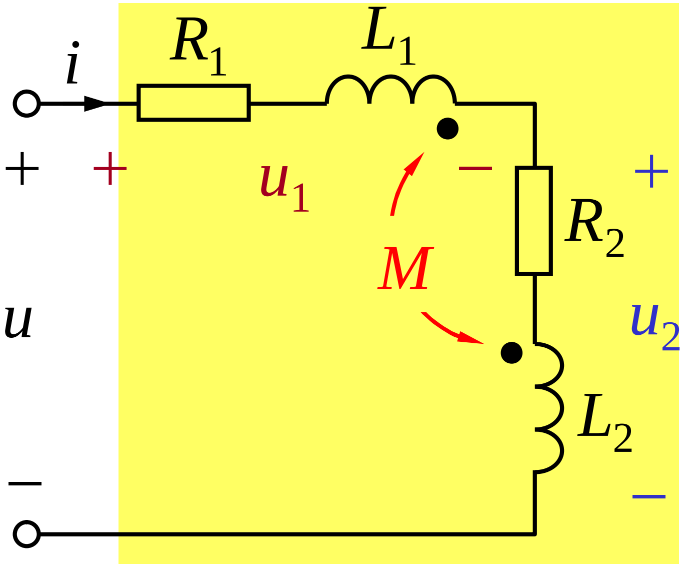
由KVL(注意互感)得：

$$u_1 = R_1 i + L_1 \frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t} - M \frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t}$$

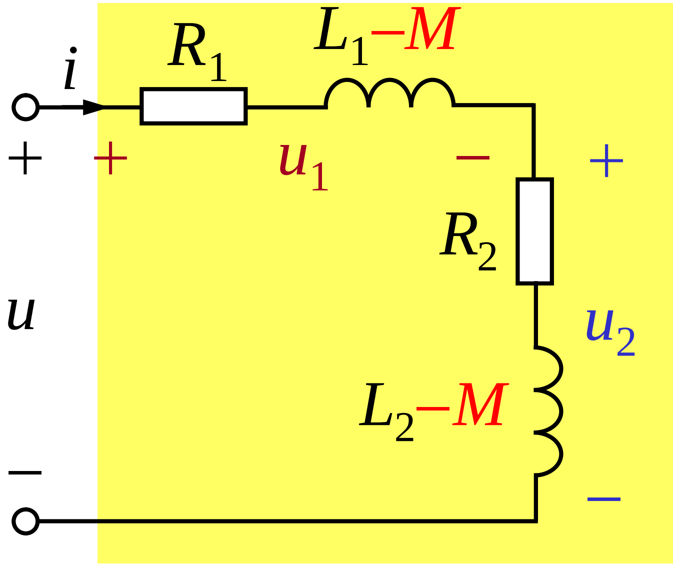
$$= R_1 i + (L_1 - M) \frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t}$$

$$u_2 = R_2 i + L_2 \frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t} - M \frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t}$$

$$= R_2 i + (L_2 - M) \frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t}$$



无感等效电路如下



$$u_1 = R_1 i + (L_1 - M)\frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t} \qquad u_2 = R_2 i + (L_2 - M)\frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t}$$

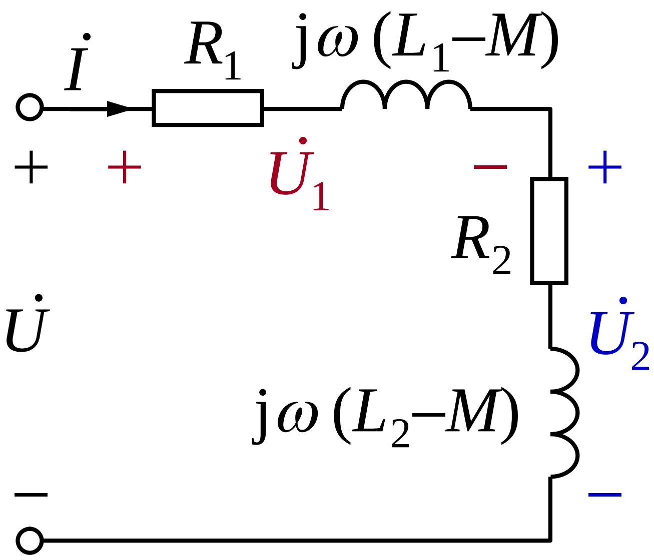
相量形式：

$$\dot{U}_1 = R_1\dot{I} + \mathrm{j}\omega(L_1 - M)\dot{I} = Z_1\dot{I}$$

式中 $Z_1 = R_1 + \mathrm{j}\omega(L_1 - M)$

$$\dot{U}_2 = R_2\dot{I} + \mathrm{j}\omega(L_2 - M)\dot{I} = Z_2\dot{I}$$

式中 $Z_2 = R_2 + \mathrm{j}\omega(L_2 - M)$

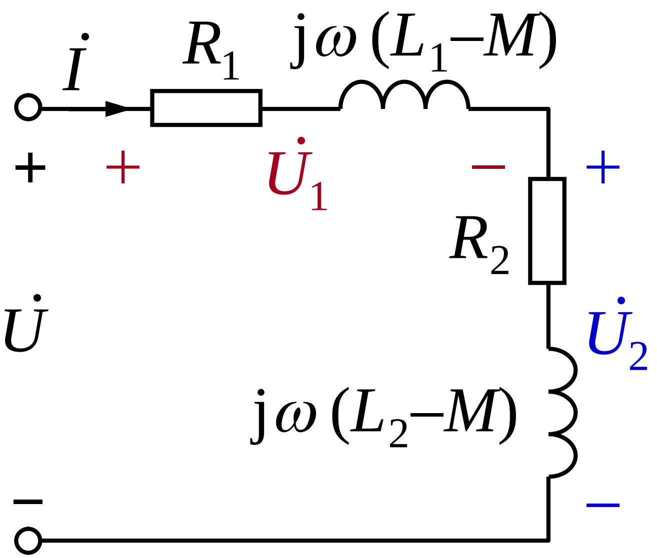


由KVL：$\dot{U} = \dot{U}_1 + \dot{U}_2 = (Z_1 + Z_2)\dot{I} = Z\dot{I}$

$$Z = Z_1 + Z_2 = (R_1 + R_2) + \mathrm{j}\omega(L_1 + L_2 - 2M)$$

$Z = Z_1 + Z_2 = (R_1 + R_2) + j\omega (L_1 + L_2 - 2M)$

可见，当反向串联时，由于互感的“削弱”作用，使每一条耦合电感支路阻抗(Z_1、Z_2)和输入阻抗 Z 都比无互感时小。



☺ 友情提示：

- 互感的“削弱”作用类似于“容性”效应。
- 由于耦合因数$k \leqslant 1$，所以 $(L_1 + L_2 - 2M) \geqslant 0$。电路仍呈感性。
- (L_1-M)和(L_2-M)有可能一个为负，但不会都为负。

(2) 顺向串联

用同样的方法可得出：

$$Z_1 = R_1 + \mathrm{j}\omega\,(L_1+M)$$

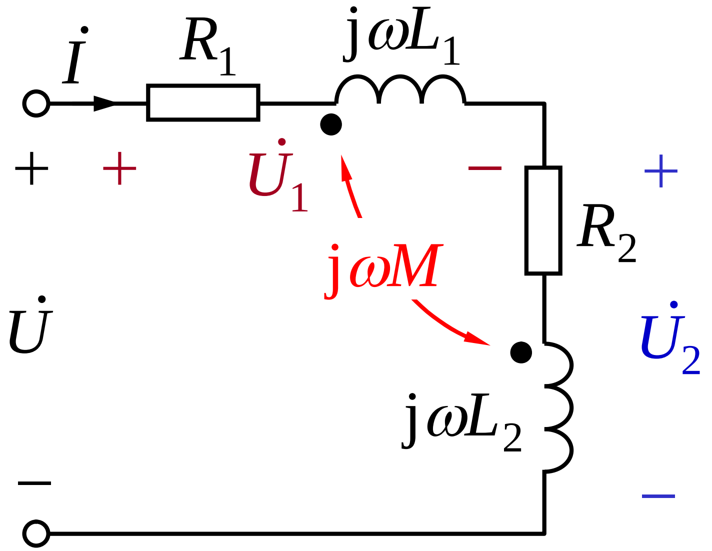
$$Z_2 = R_2 + \mathrm{j}\omega\,(L_2+M)$$

$$Z = (R_1 + R_2) + \mathrm{j}\omega(L_1+L_2+2M)$$

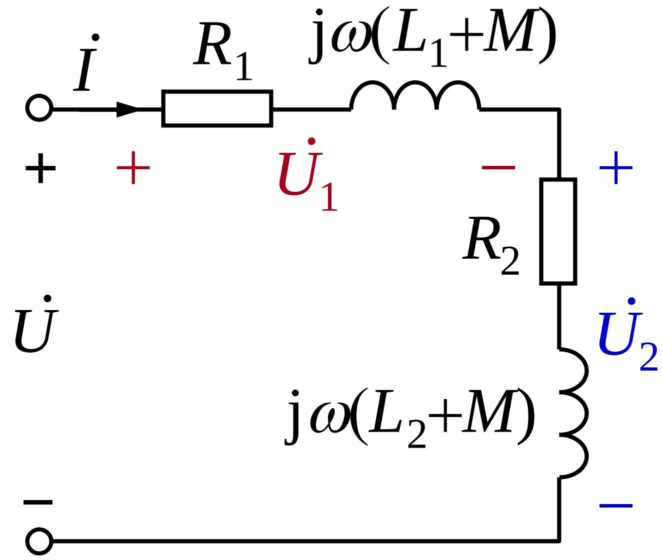
☞综上：两个串联的耦合电感可以用一个等效电感L来替代：

$$L = L_1 + L_2 \pm 2M$$

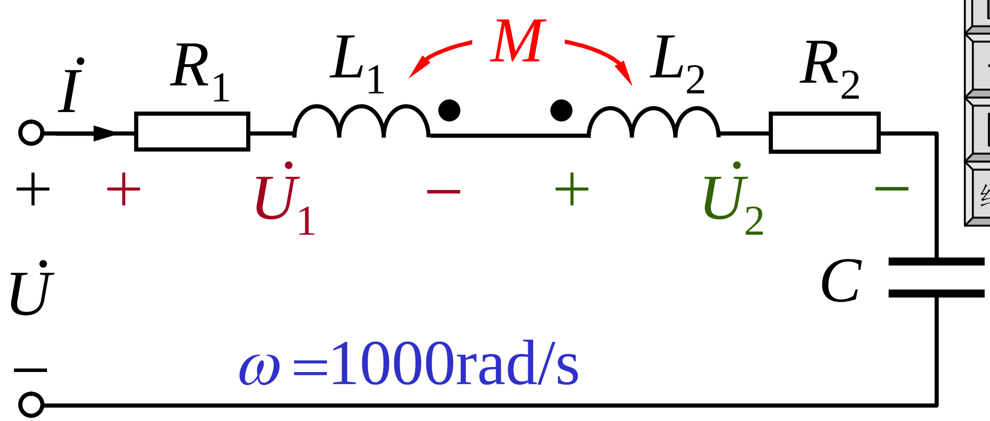
顺接取“+”，反接取“–”。



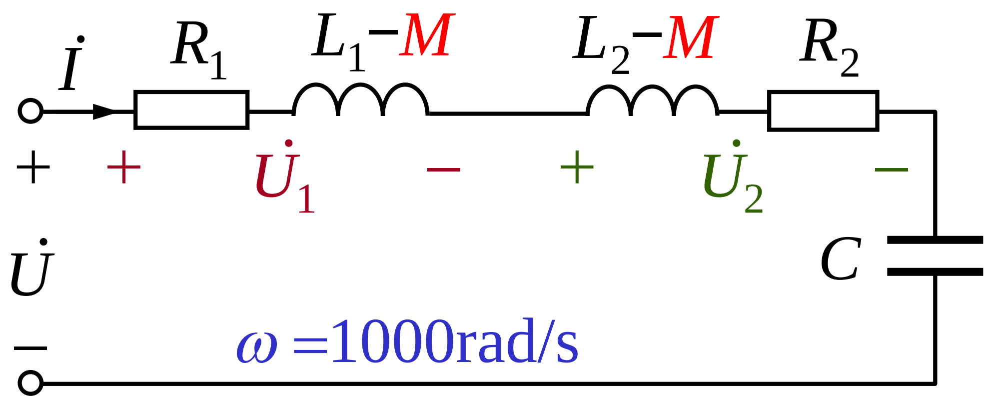
去耦等效电路为



解题指导：电路如图，L_1=0.01H，L_2=0.02H
R_1=R_2=10Ω，C=20μF，M=0.01H， U=6V。
求 $\dot{I}$、$\dot{U}_1$、$\dot{U}_2$。



解：耦合线圈为反向串联



L_1改为L_1–M

L_2改为L_2–M

去耦等效电路如图。

等效复阻抗为：

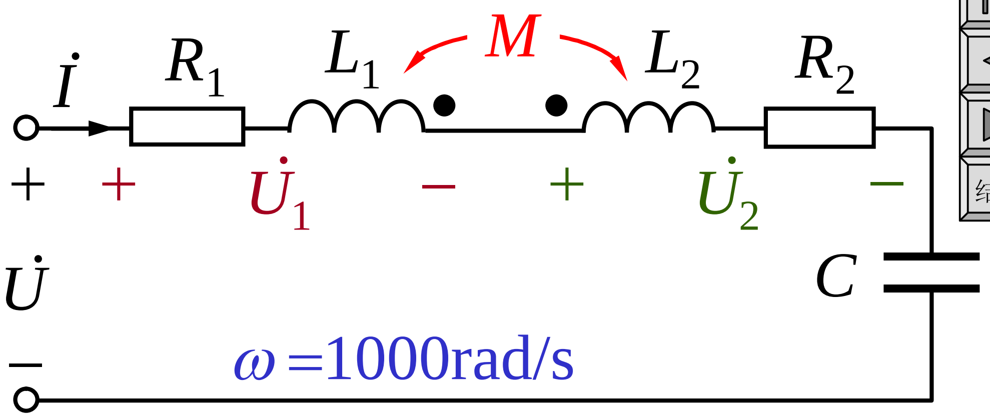
$$Z=(R_1+R_2)+\mathrm{j}\left[\omega(L_1+L_2-2M)-\frac{1}{\omega C}\right]$$

代入数据求得：

$$Z=20-\mathrm{j}40=44.7\angle -63.4^{\circ}\ \Omega$$

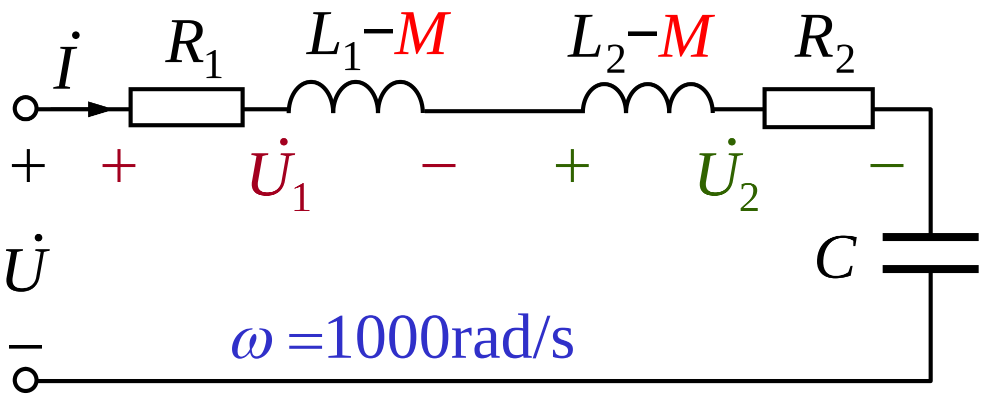
$$Z=20-j40$$

$$=44.7\angle{-63.4^{\circ}}\ \Omega$$



设 $\dot{U}=6\angle{0^{\circ}}\ \text{V}$

则：$\dot{I}=\dfrac{\dot{U}}{Z}=\dfrac{6\angle{0^{\circ}}}{44.7\angle{-63.4^{\circ}}}$



$$=0.134\angle{63.4^{\circ}}\ \text{A}$$

$$\dot{U}_1=[\,R_1+j\omega(L_1-M)\,]\,\dot{I}=1.34\angle{63.4^{\circ}}\ \text{V}$$

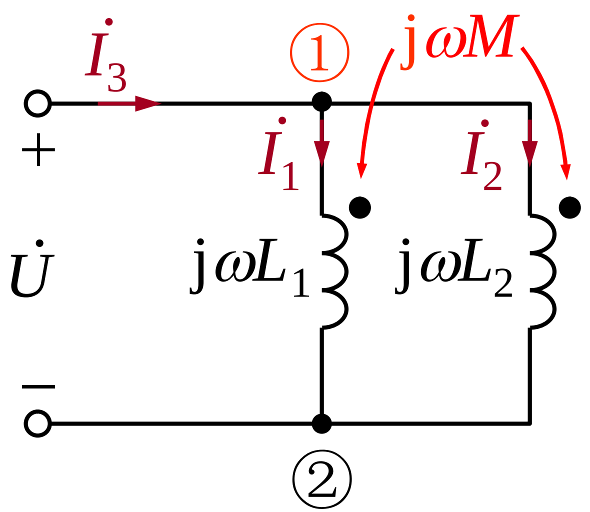
$$\dot{U}_2=[\,R_2+j\omega(L_2-M)\,]\,\dot{I}=1.90\angle{108.4^{\circ}}\ \text{V}$$

可进一步分析功率、串联谐振等问题。

2. 耦合电感的并联

(1)同侧并联

同名端接在同一结点上。



$$\dot{U}=\mathrm{j}\omega L_1\dot{I}_1+\mathrm{j}\omega M\dot{I}_2 \cdots\cdots (1)$$

$$\dot{U}=\mathrm{j}\omega M\dot{I}_1+\mathrm{j}\omega L_2\dot{I}_2 \cdots\cdots (2)$$

$$\dot{I}_3=\dot{I}_1+\dot{I}_2 \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (3)$$

把(3)代入(1)得 $\dot{U}=\mathrm{j}\omega L_1\dot{I}_1+\mathrm{j}\omega M(\dot{I}_3-\dot{I}_1)$

$$=\mathrm{j}\omega(L_1-M)\dot{I}_1+\mathrm{j}\omega M\dot{I}_3$$

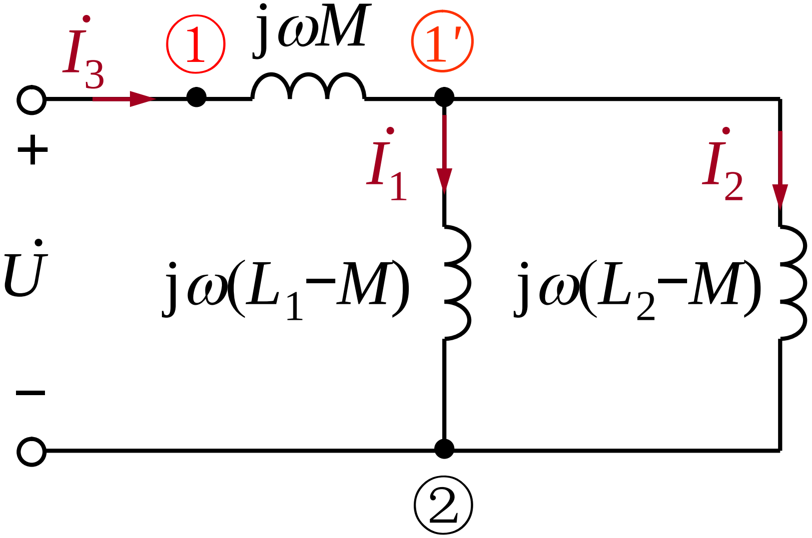
把(3)代入(2)得 $\dot{U}=\mathrm{j}\omega M(\dot{I}_3-\dot{I}_2)+\mathrm{j}\omega L_2\dot{I}_2$

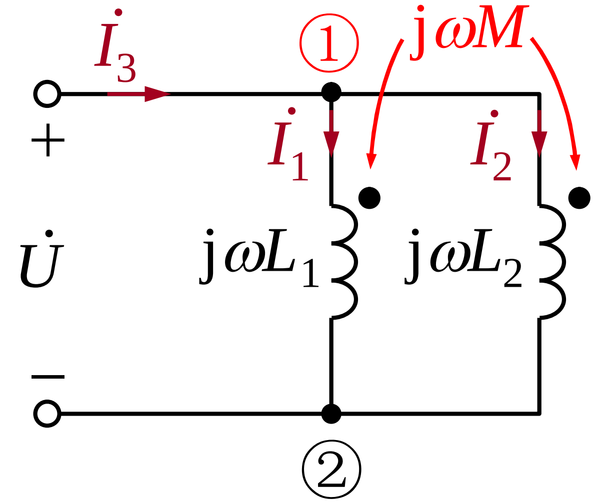
$$=\mathrm{j}\omega M\dot{I}_3+\mathrm{j}\omega(L_2-M)\dot{I}_2$$

$$\dot{U} = \mathrm{j}\omega(L_1 - M)\dot{I}_1 + \mathrm{j}\omega M\dot{I}_3$$

$$\dot{U} = \mathrm{j}\omega M\dot{I}_3 + \mathrm{j}\omega(L_2 - M)\dot{I}_2$$

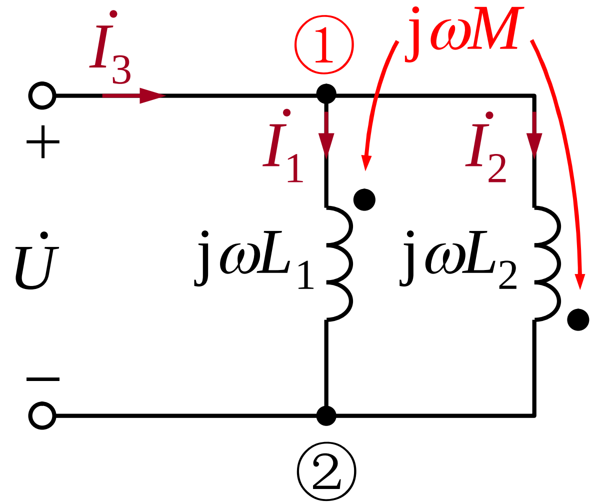
由以上两个方程得到





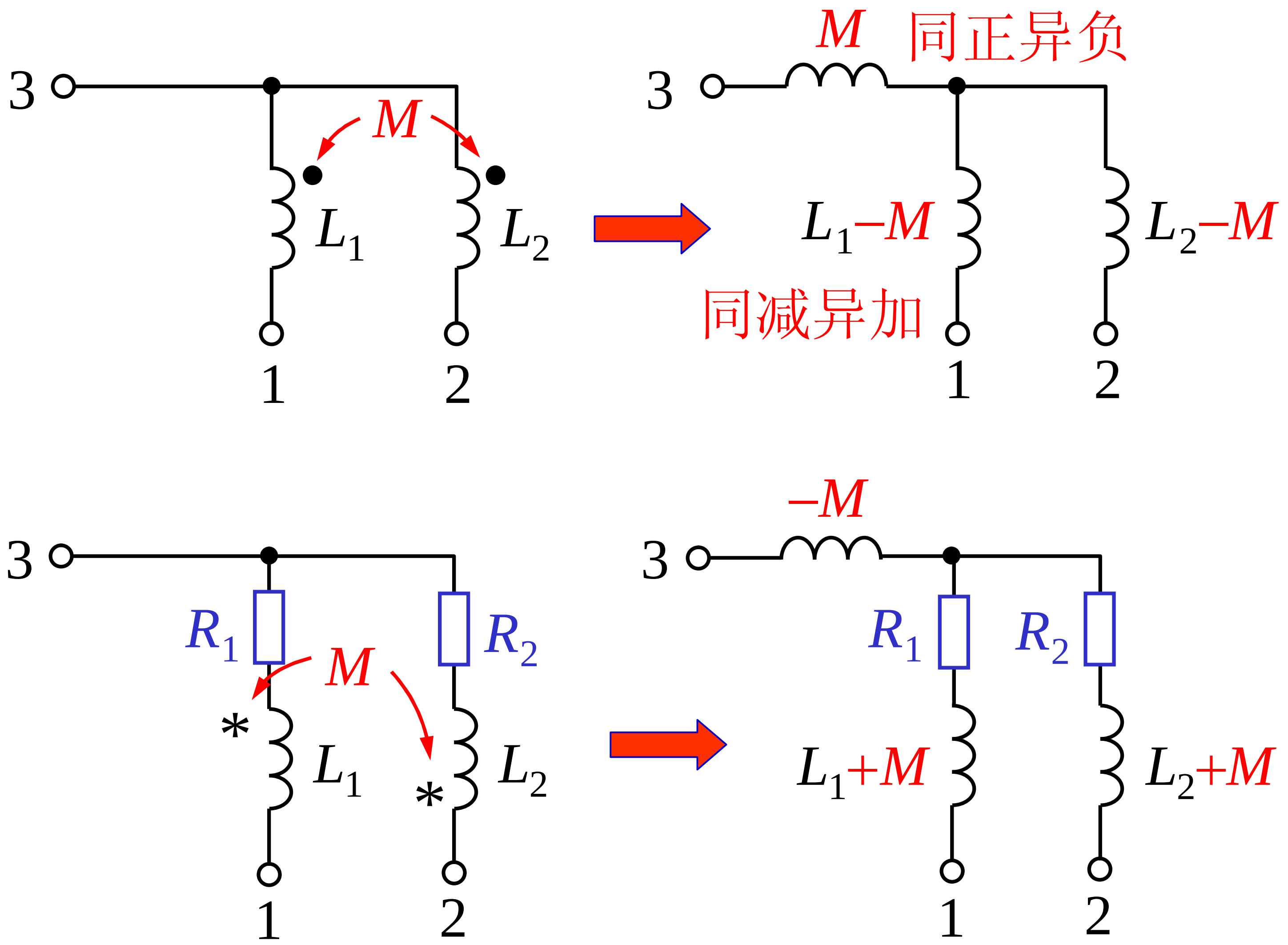
(2) 异侧并联

异名端连接在同一个结点上。



去耦等效电路的推演过程从略。

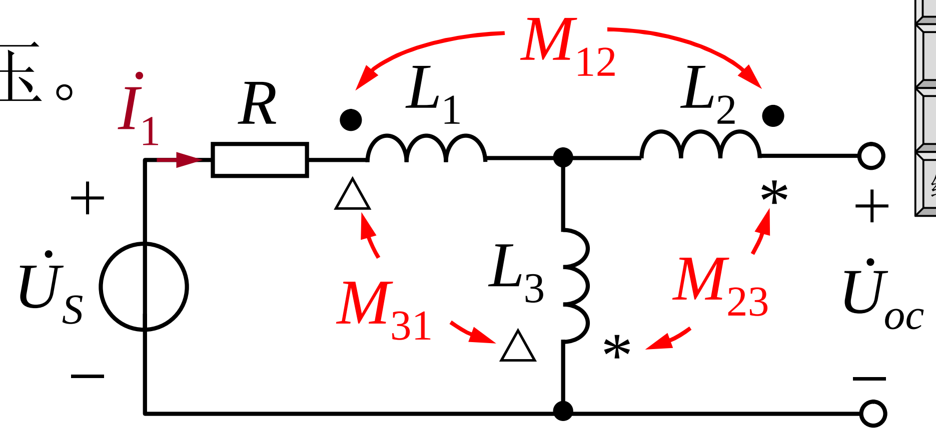
对去耦方法归纳如下：



使用条件：两个耦合电感必须有一侧联在一起，或经电阻联在一起。

另一侧可任意联接。

例：求图示电路的开路电压。



解法1：列方程求解。

由于L_2中无电流，故L_1与L_3为反向串联。

所以电流 $\dot{I}_1 = \dfrac{\dot{U}_S}{R + j\omega(L_1 + L_3 - 2M_{31})}$

开路电压为(注意互感电压)

$$\dot{U}_{OC} = j\omega M_{12}\dot{I}_1 - j\omega M_{23}\dot{I}_1 - j\omega M_{31}\dot{I}_1 + j\omega L_3\dot{I}_1$$

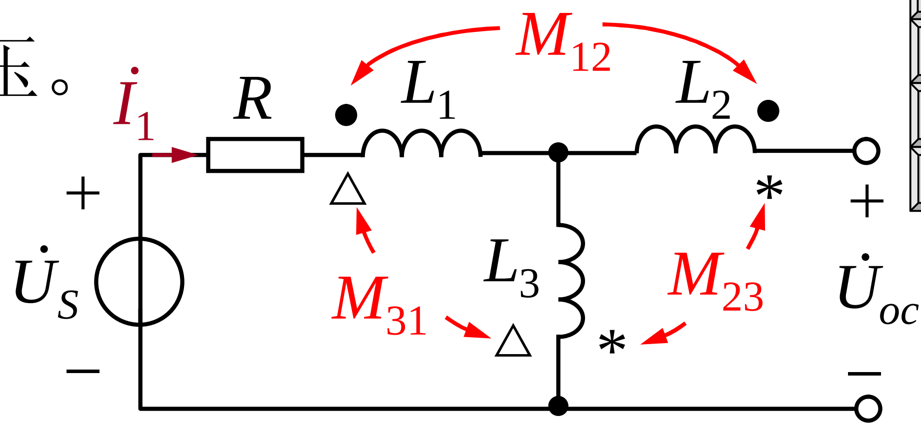
将电流表达式代入得

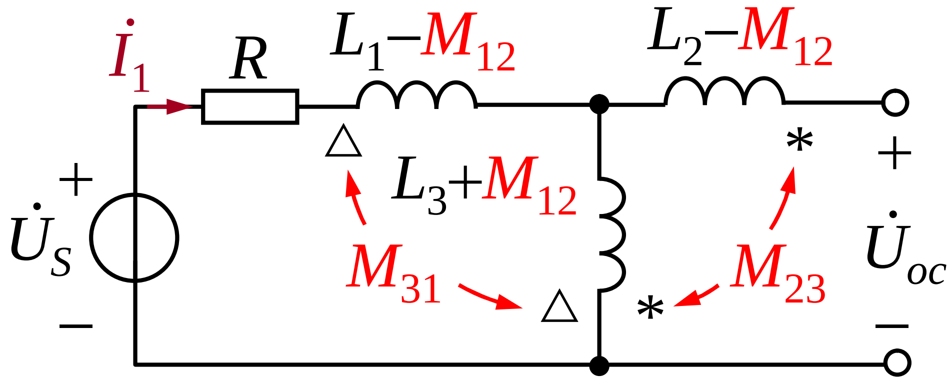
$$\dot{U}_{OC} = \frac{j\omega(M_{12} - M_{23} - M_{31} + L_3)\dot{U}_S}{R + j\omega(L_1 + L_3 - 2M_{31})}$$

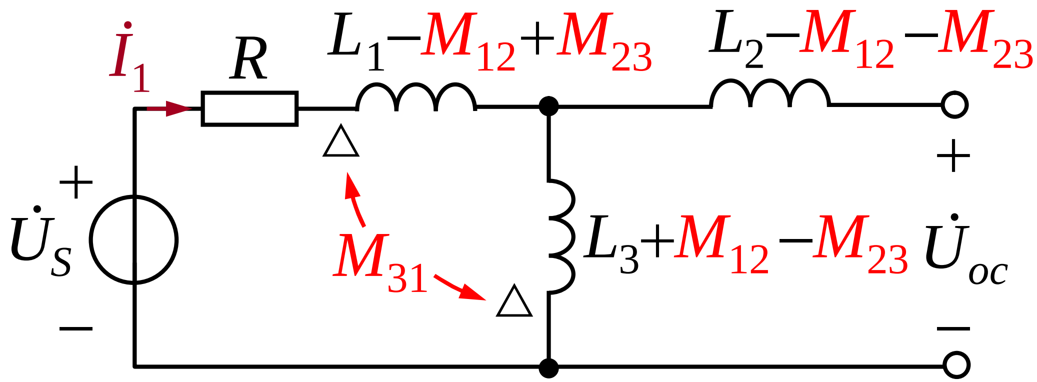
例：求图示电路的开路电压。

解法2：互感消法。

作去耦等效电路，一对一对地消去互感。



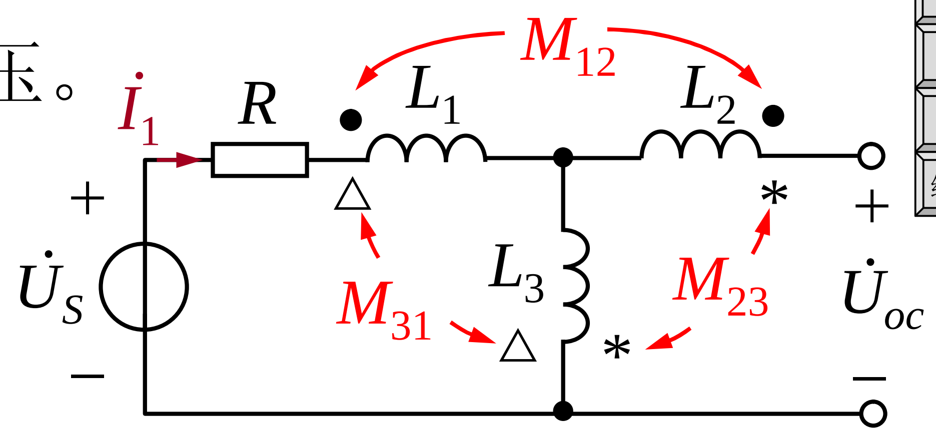


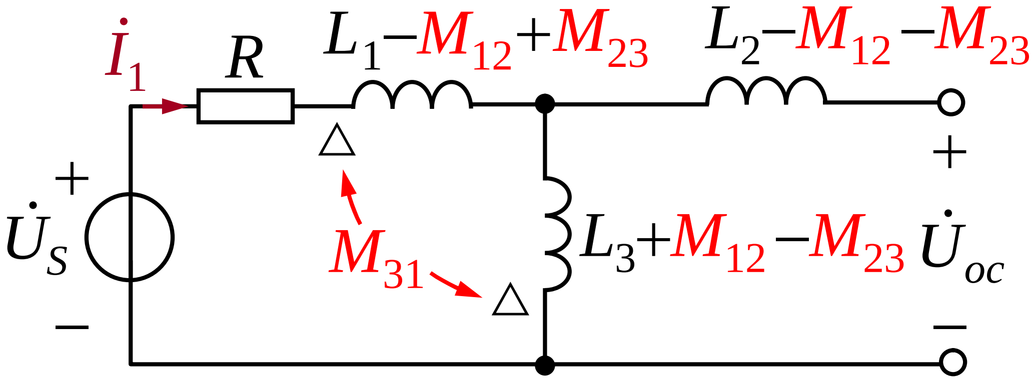


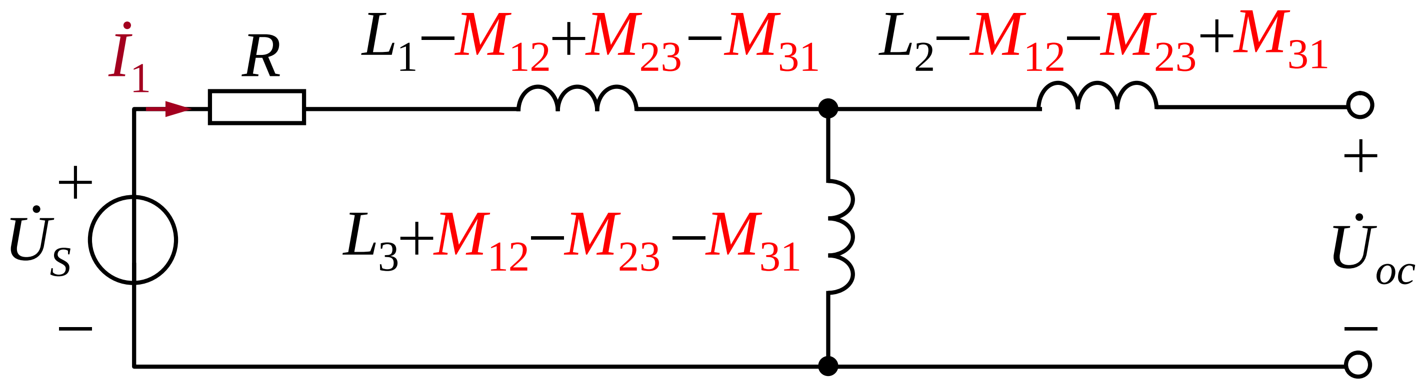
例：求图示电路的开路电压。

解法2：互感消法。

作去耦等效电路，一对一对地消去互感。

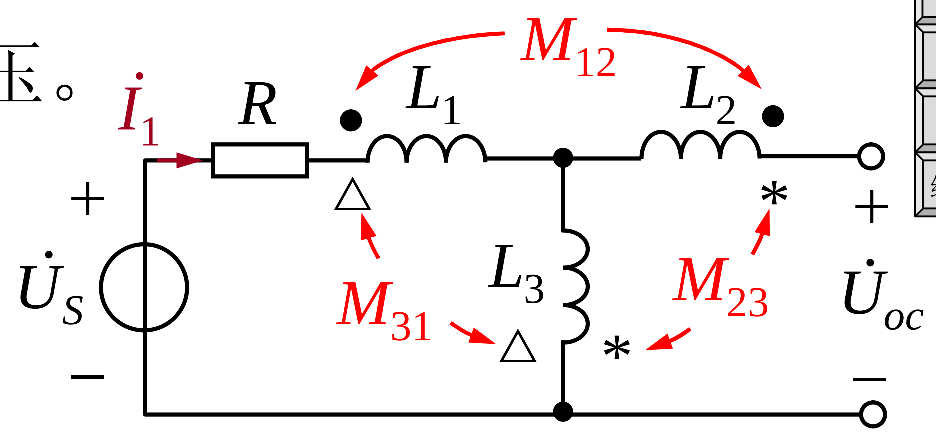


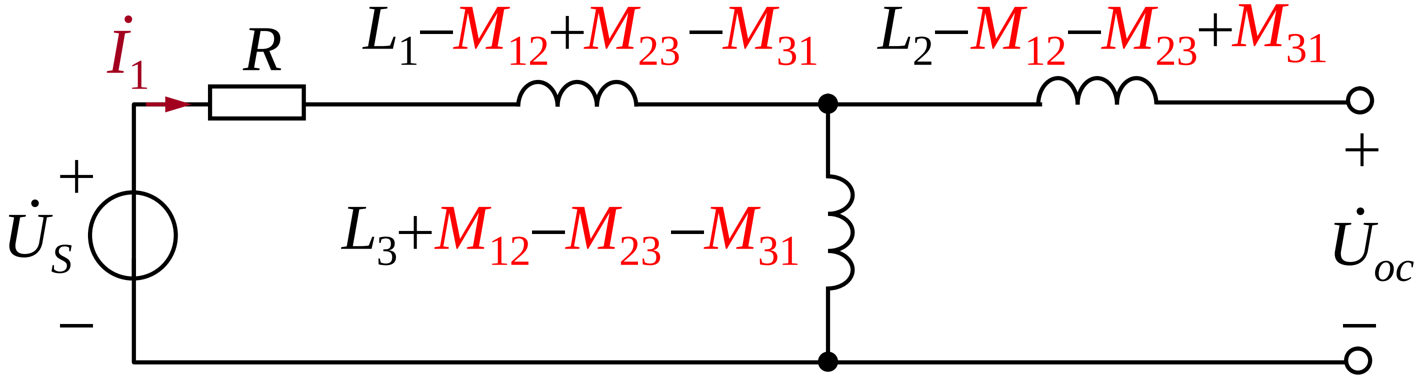




例：求图示电路的开路电压。

解法2：互感消法。





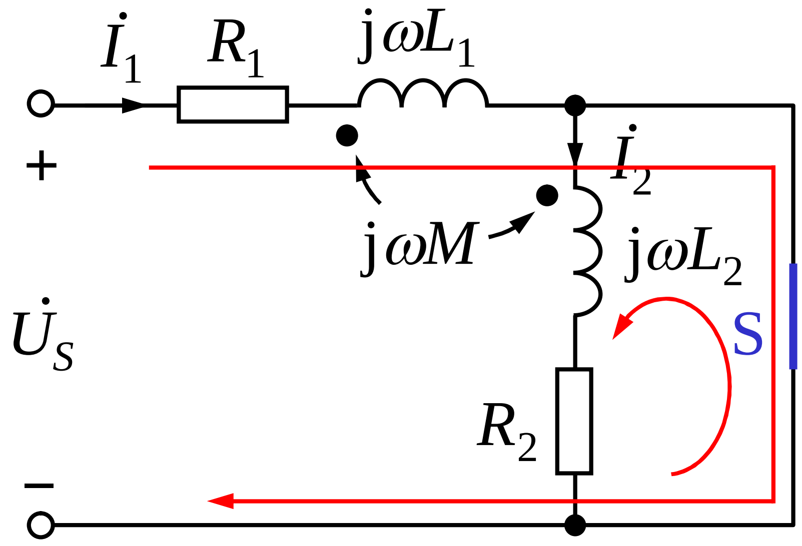
由无互感电路得开路电压

$$\dot{U}_{OC} = \frac{\mathrm{j}\omega(L_3 + M_{12} - M_{23} - M_{31})\dot{U}_S}{R + \mathrm{j}\omega(L_1 + L_3 - 2M_{31})}$$

§10−3 耦合电感的功率

- 在含有耦合电感的电路中，两个耦合的电感之间无功功率相等，有功功率或者均为零，或者通过磁耦合等量地进行传输，彼此平衡。
- 电源提供的有功功率，在通过耦合电感的电磁场传递过程中，全部消耗在电路中所有的电阻(包括耦合电感线圈自身电阻)上。
- 互感M是一个非耗能的储能参数，兼有L和C的特性： 同向耦合时，储能特性与电感相同，使L中磁能增加； 反向耦合时，储能特性与电容相同，与L中的磁能互补(容性效应)。

例10–6：R_1=3Ω，R_2=5Ω，ωL_1=7.5Ω，ωL_2=12.5Ω，ωM=8Ω，U_S=50V。求电路的复功率，并说明互感在功率转换和传递中的作用。



解： 设 $\dot{U}_S = 50\underline{/0^\circ}$ V

回路方程为：

$$(R_1+\mathrm{j}\omega L_1)\,\dot{I}_1 + \mathrm{j}\omega M\,\dot{I}_2 = \dot{U}_S$$

$$\mathrm{j}\omega M\,\dot{I}_1 + (R_2+\mathrm{j}\omega L_2)\,\dot{I}_2 = 0$$

代入数据解得：

$$\dot{I}_1 = 8.81\underline{/-32.93^\circ}\ \mathrm{A}$$

$$\dot{I}_2 = 5.24\underline{/168.87^\circ}\ \mathrm{A}$$

$$\overline{S}_S = \dot{U}_S\ \dot{I}_1^{\,*}$$

$$\approx(233+\mathrm{j}582)+(137-\mathrm{j}343)\ \mathrm{VA}$$

$$\overline{S}_2 = \mathrm{j}\omega M\,\dot{I}_1\dot{I}_2^{\,*} + (R_2+\mathrm{j}\omega L_2)I_2^2$$

$$\approx(-137-\mathrm{j}343)+(137+\mathrm{j}343)\mathrm{VA}$$

$$\overline{S_S} = \dot{U}_S\ \dot{I}_1^{\,*}$$

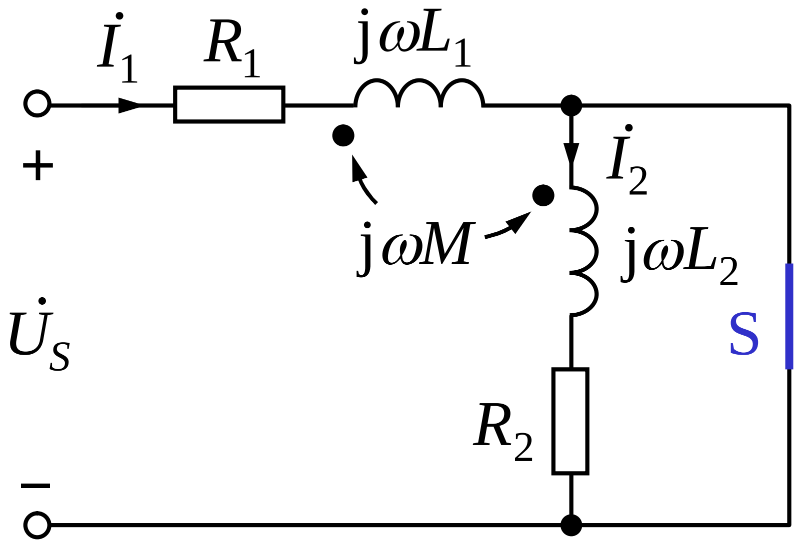
$$= (R_1 + j\omega L_1)\dot{I}_1^{\,2} + j\omega M \dot{I}_2 \dot{I}_1^{\,*}$$

$$\approx (233 + j582) + (\underline{137} - j343)\text{VA}$$

$$\overline{S_2} = j\omega M \dot{I}_1 \dot{I}_2^{\,*} + (R_2 + j\omega L_2) I_2^2$$

$$\approx (\underline{-137} - \underline{j343}) + (\underline{137} + \underline{j343})\text{VA}$$

完全补偿



L_1中的无功功率为582乏。

不能完全补偿，需电源提供无功功率239乏。

☞互感电压发出无功功率补偿L_1、L_2中的无功功率。

☞线圈1吸收137W功率，传递给线圈2，供R_2消耗。

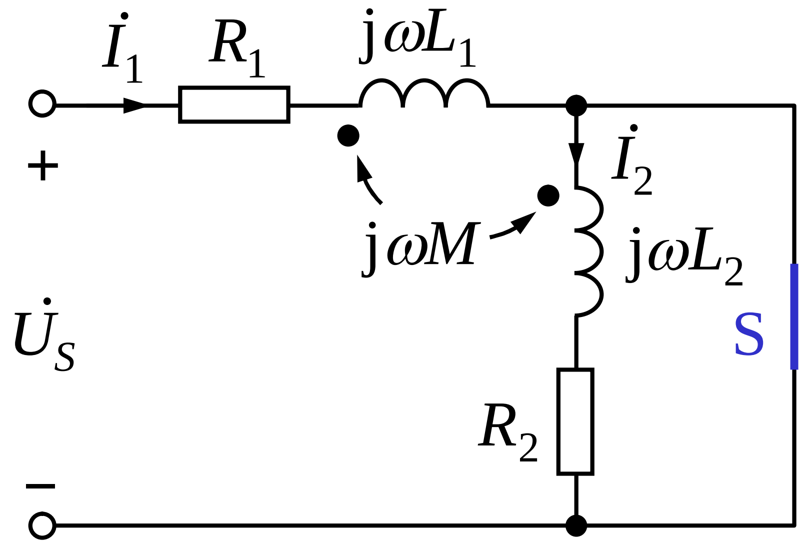
两耦合电感之间等量地传输有功功率，两者恰好平衡，其和为零。

$\dot{U}_S = 50\angle 0^{\circ}$ V

$\dot{I}_1 = 8.81\angle -32.93^{\circ}$ A

$\dot{I}_2 = 5.24\angle 168.87^{\circ}$ A

R_1=3Ω， R_2=5Ω



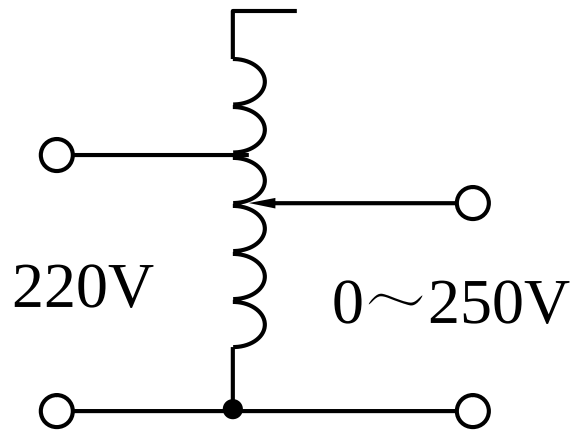
电源提供的有功功率$P=U_SI_1\cos32.93^{\circ}$=370W

R_1消耗$I_1^2R_1$=233W，R_2消耗$I_2^2R_2$=137W，平衡。

电源提供的无功功率$Q=U_SI_1\sin32.93^{\circ}$=239Var，互感电压发出无功功率343Var，L_1吸收的无功功率为582Var。也平衡。

§10-4 变压器原理

1. 常识



变压器是电工、电子技术中常用的电气设备。

有单相、三相之分。

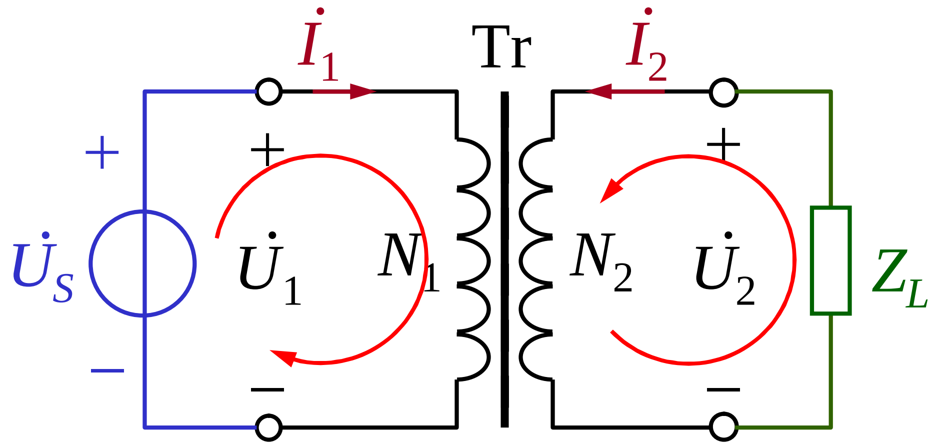
有便于调压的自耦变压器。

在低频电路中使用的变压器，如电力变压器、电源变压器、音频变压器、仪用互感器等，采用高导磁率的铁磁材料制成心子(作为磁路)。

在高频电路中使用的变压器，如振荡线圈、中周变压器等，则用铁氧体材料作为心子。

频率很高时，用空(气)心。

从原理上说，变压器由绕在一个共同心子上的两个(或更多的)耦合线圈组成。



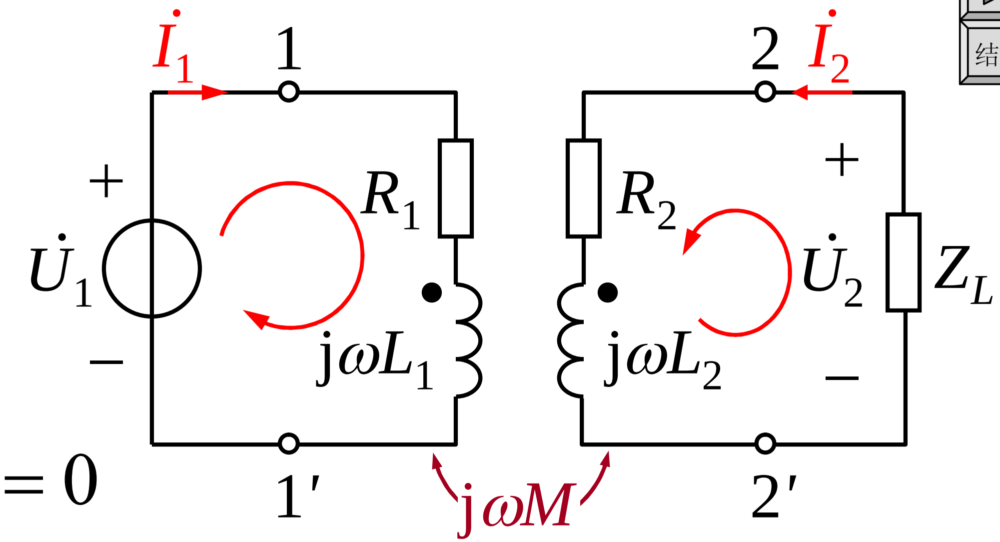
变压器的图形符号与文字符号

一个线圈(N_1)作为输入，称初级绕组，或原边绕组，或原方绕组，或一次侧绕组等。初级绕组接电源。所形成的回路称初级回路或原边回路等。

另一个线圈(N_2)为输出，称次级绕组，或副边绕组，或副方绕组，或二次侧绕组等。次级绕组接负载。所形成的回路称次级回路或副边回路等。

2. 空心(非铁磁材料)变压器的模型与分析方法

- 选绕行方向与电流参考方向一致，列一、二次回路方程分析：



$$(R_1+\mathrm{j}\omega L_1)\dot{I}_1+\mathrm{j}\omega M\dot{I}_2=\dot{U}_1$$

$$\mathrm{j}\omega M\dot{I}_1+(R_2+\mathrm{j}\omega L_2+Z_L)\dot{I}_2=0$$

一次侧和二次侧两个回路通过互感的耦合联列在一起。

令 $Z_{11}=R_1+\mathrm{j}\omega L_1$

称为一次回路的阻抗。

$$Z_{22}=R_2+\mathrm{j}\omega L_2+Z_\mathrm{L}$$

称为二次回路的阻抗。

$Z_\mathrm{M}=\mathrm{j}\omega M$ 称为互感抗。

则方程具有更简明的形式

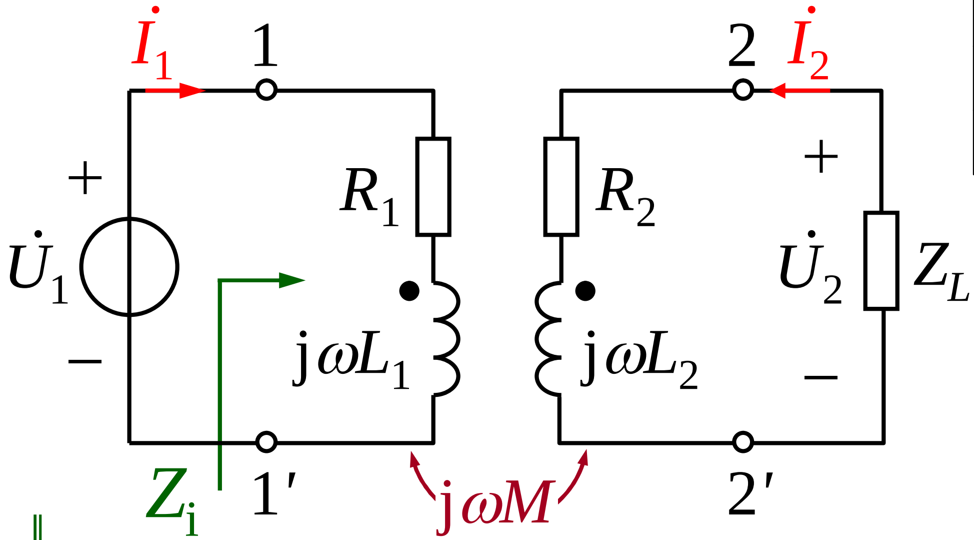
$$Z_{11}\dot{I}_1+Z_\mathrm{M}\dot{I}_2=\dot{U}_1 \quad (一次侧)$$

$$Z_\mathrm{M}\dot{I}_1+Z_{22}\dot{I}_2=0 \quad (二次侧)$$

解方程可得

$$\dot{I}_1=\frac{\dot{U}_1}{Z_{11}-Z_M^2Y_{22}}$$

$$=\frac{\dot{U}_1}{Z_{11}+(\omega M)^2\,Y_{22}}$$



$$Z_\mathrm{i}=\frac{\dot{U}_1}{\dot{I}_1}=Z_{11}+(\omega M)^2Y_{22}$$

为一次侧输入阻抗。

$(\omega M)^2Y_{22}$ 称引入阻抗。

它是二次回路阻抗和互感抗通过互感反映到一次侧的等效阻抗。

所以又称反映阻抗。

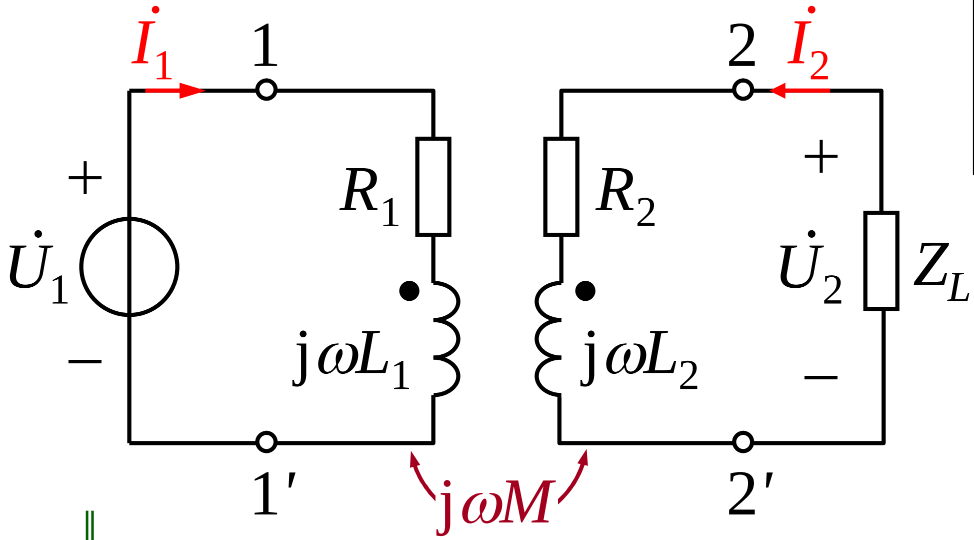
$$(\omega M)^2Y_{22}=(\omega M)^2\frac{1}{|Z_{22}|}\angle{-\varphi}$$

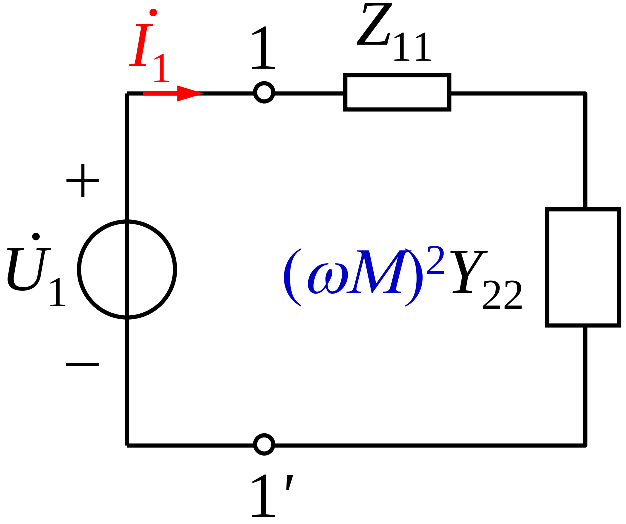
反映阻抗的性质与Z_{22}相反

☞感性变容性，
容性变感性。

根据 $\dot{I}_1 = \dfrac{\dot{U}_1}{Z_{11} + (\omega M)^2 Y_{22}}$

可得一次侧等效电路





从等效电路看出，变压器输入端口的工作状态隐含了二次端口的工作状态。

由变压器方程 $Z_{11}\dot{I}_1 + Z_{\mathrm{M}}\dot{I}_2 = \dot{U}_1$

$Z_{\mathrm{M}}\dot{I}_1 + Z_{22}\dot{I}_2 = 0$

得 $\dot{I}_2 = -\dfrac{Z_M}{Z_{22}}\dot{I}_1$

$$\dot{U}_2 = -Z_{\mathrm{L}}\dot{I}_2 = \frac{Z_M Z_{\mathrm{L}}}{Z_{22}}\dot{I}_1$$

用 $\dot{I}_1$ 表示了 $\dot{U}_2$。

也可以用二次等效电路研究一、二次侧的关系

现用戴维宁定理分析如下(注意方法)：

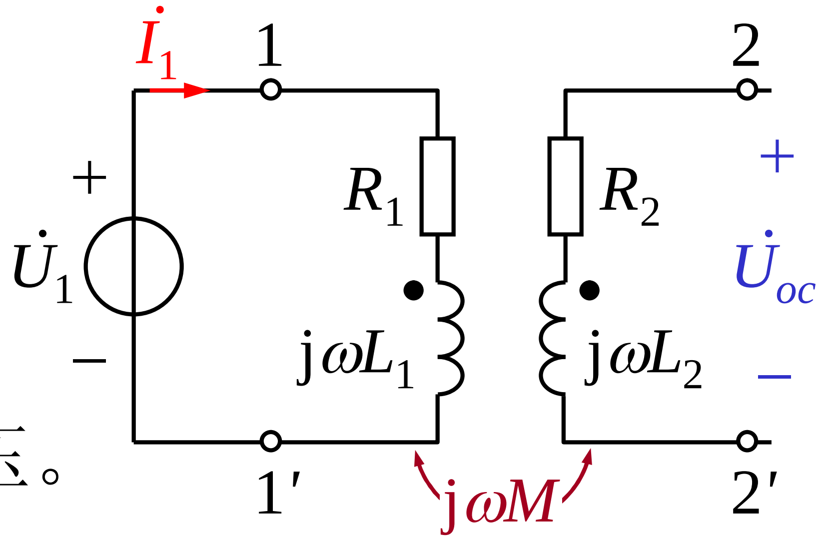
$\dot{I}_2=0$，一次侧无互感电压。

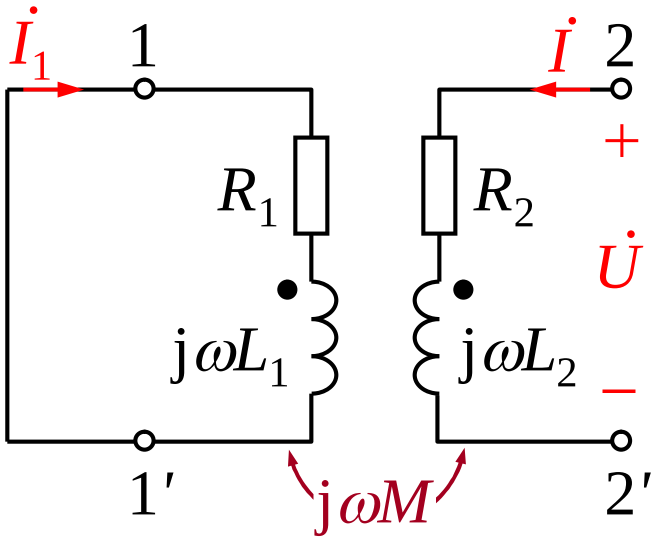
$$\dot{I}_1=\frac{\dot{U}_1}{Z_{11}}=Y_{11}\dot{U}_1$$

$\dot{U}_{oc}$为 $\dot{I}_1$ 在次级回路产生的互感电压：

$$\dot{U}_{oc}=\mathrm{j}\omega M\,\dot{I}_1=\mathrm{j}\omega M\,Y_{11}\dot{U}_1$$

再求等效阻抗





列回路电流方程(注意互感)

$$\dot{U}_{oc} = \mathrm{j}\omega M Y_{11} \dot{U}_1$$

列回路方程

$$Z_{11} \dot{I}_1 + \mathrm{j}\omega M \dot{I} = 0$$

$$(R_2 + \mathrm{j}\omega L_2) \dot{I} + \mathrm{j}\omega M \dot{I}_1 = \dot{U}$$

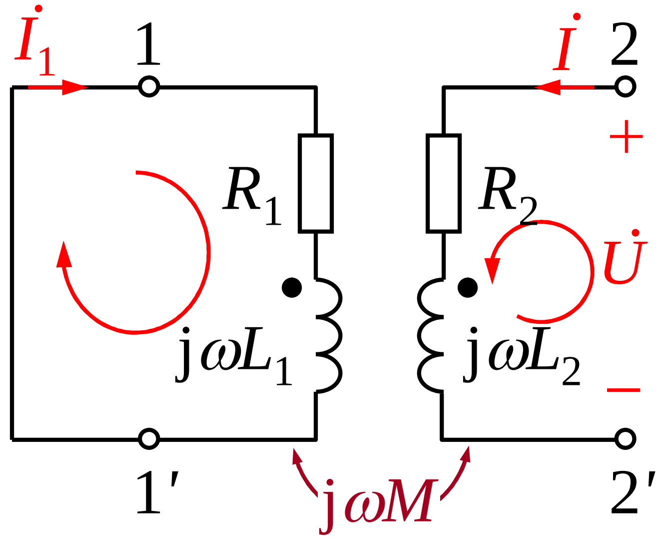
消去 $\dot{I}_1$

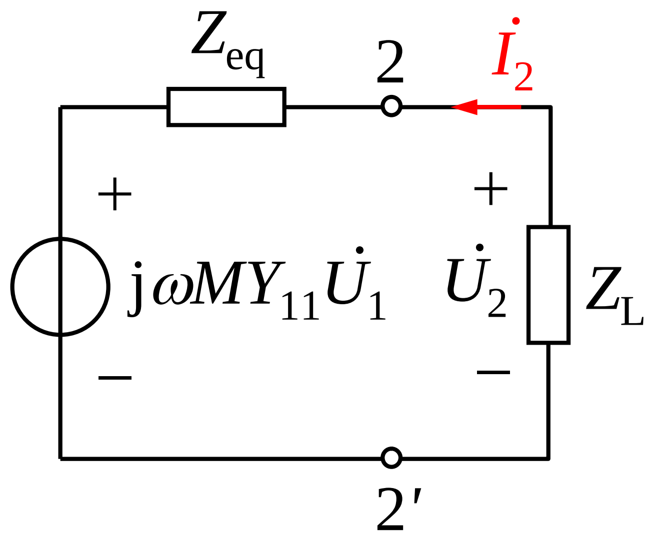
$$(R_2 + \mathrm{j}\omega L_2) \dot{I} + \mathrm{j}\omega M(-\mathrm{j}\omega M Y_{11} \dot{I}) = \dot{U}$$

$$Z_{eq} = \frac{\dot{U}}{\dot{I}} = (R_2 + \mathrm{j}\omega L_2) + \underline{\underline{(\omega M)^2 Y_{11}}}$$

一次回路反映到二次回路的阻抗。

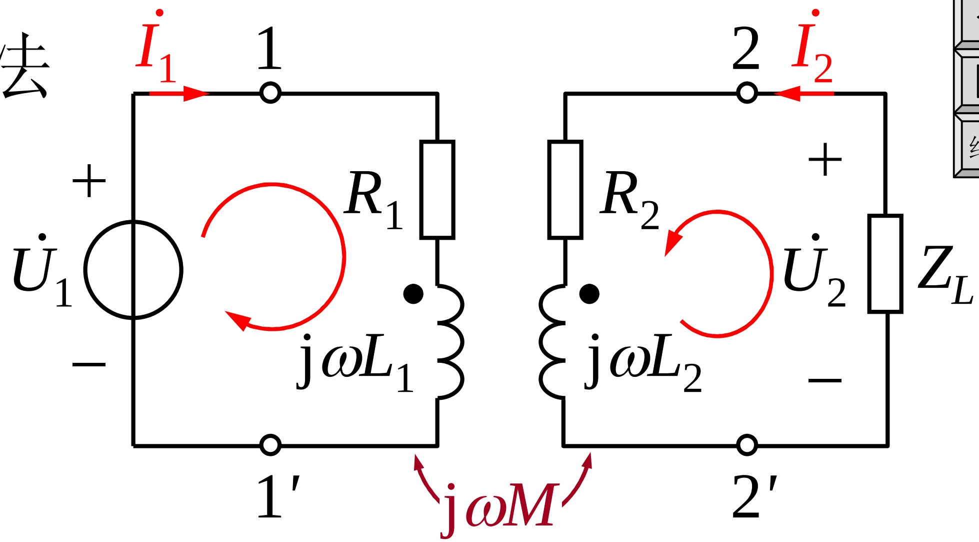
$$\dot{I}_2 = -\frac{\mathrm{j}\omega M Y_{11} \dot{U}_1}{Z_{eq} + Z_L}$$





二次等效电路

空心变压器电路分析方法



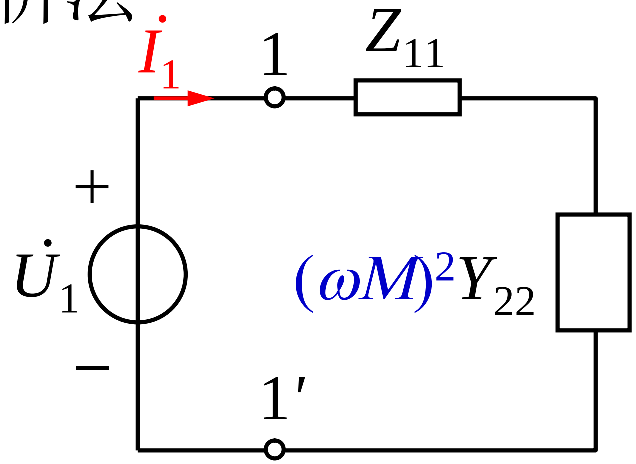
方程分析法

$$Z_{11}\dot I_1 + Z_{\mathrm{M}}\dot I_2 = \dot U_1$$

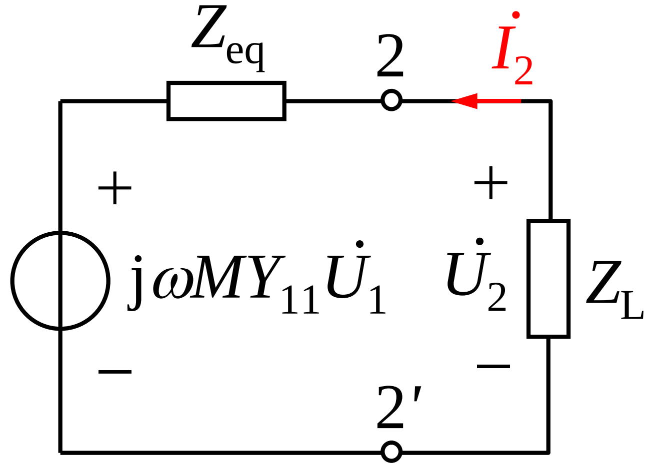
$$Z_{\mathrm{M}}\dot I_1 + Z_{22}\dot I_2 = 0$$

等效电路分析法

基于方程分析法得到。→



一次等效电路



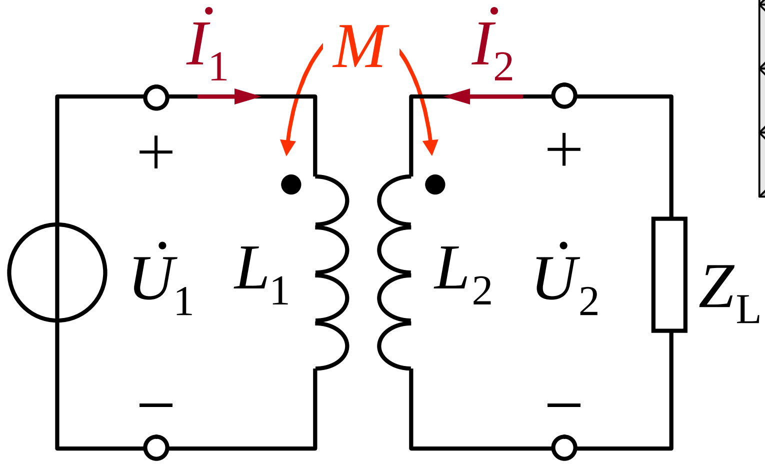
二次等效电路

还有去耦等效分析法，略。T型、或Γ型等效电路。

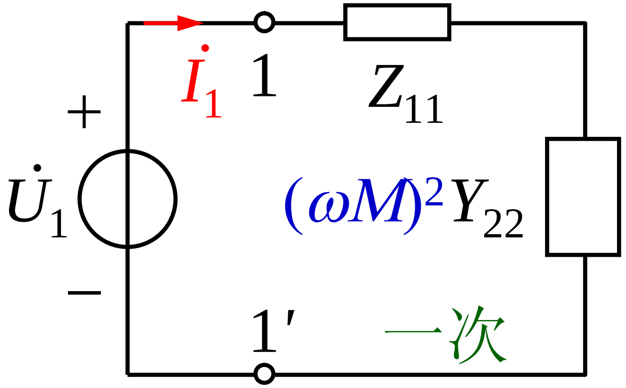
3. 例题分析：$u_1=100\cos(10t)$ V

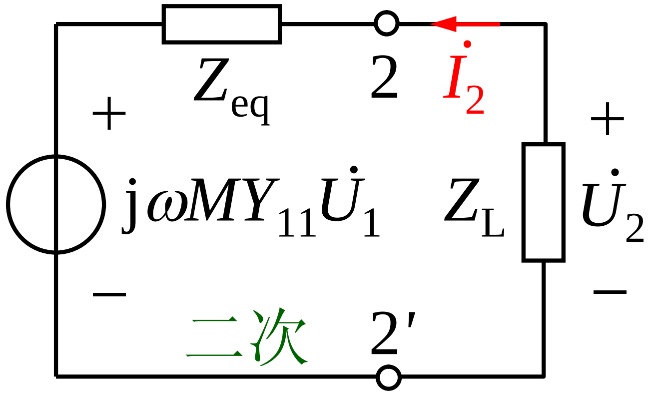
$L_1=5\text{H}$，$L_2=1.2\text{H}$，$M=2\text{H}$，

$Z_\text{L}=3\Omega$。求 i_1、i_2。



思路1：利用等效电路。





$Z_{11}=\text{j}\omega L_1=\text{j}50\Omega$

$Z_{22}=\text{j}\omega L_2+Z_L=3+\text{j}12\ \Omega$

$\text{j}\omega M=\text{j}20\Omega$，$Z_L=3\Omega$，

$Z_{eq}=\text{j}\omega L_2+(\omega M)^2 Y_{11}=-\text{j}28\ \Omega$

由上述数据得(化为瞬时值)

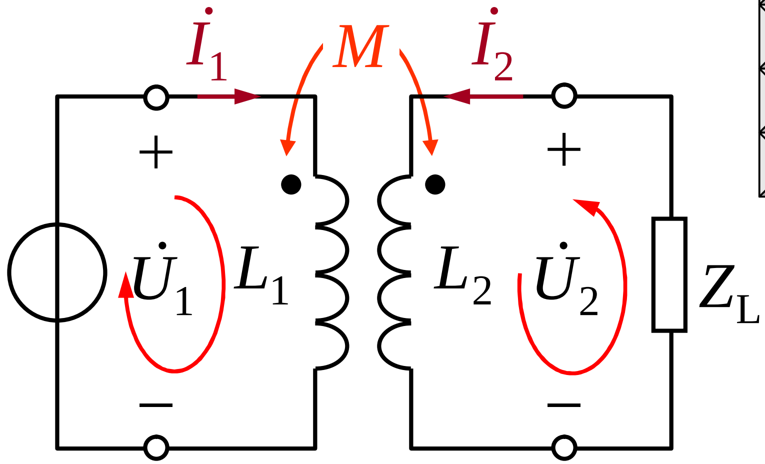
$i_1=4.95\cos(10t-67.2^\circ)$ A

$i_2=8\cos(10t+126.84^\circ)$ A

3. 例题分析：u_1=100cos(10t) V

L_1=5H，L_2=1.2H，M=2H，

Z_L=3Ω。求 i_1、i_2。



思路2：方程分析法。

$$\left.\begin{aligned} Z_{11}\dot{I}_{1m}+\mathrm{j}\omega M\,\dot{I}_{2m}&=\dot{U}_1\\ \mathrm{j}\omega M\dot{I}_{1m}+Z_{22}\,\dot{I}_{2m}&=0\end{aligned}\right\}$$

方程中：

$$\mathrm{j}\omega M=\mathrm{j}20\Omega$$

$$Z_{11}=\mathrm{j}\omega L_1=\mathrm{j}50\Omega$$

$$Z_{22}=\mathrm{j}\omega L_2+Z_L=3+\mathrm{j}12\ \Omega$$

$$\dot{U}_{1m}=100\angle 0^{\circ}\ \mathrm{V}$$

代入得

$$\left.\begin{aligned}\mathrm{j}50\,\dot{I}_{1m}+\mathrm{j}20\,\dot{I}_{2m}&=100\\ \mathrm{j}20\,\dot{I}_{1m}+(3+\mathrm{j}12)\,\dot{I}_{2m}&=0\end{aligned}\right\}\text{解之}$$

$$\dot{I}_{1m}=4.95\angle -67.2^{\circ}\ \mathrm{A}$$

$$\dot{I}_{2m}=8\angle 126.84^{\circ}\ \mathrm{A}$$

化为瞬时值即可。

§ 10−5 理想变压器

理想变压器是实际变压器的理想化模型，是对互感元件的理想科学抽象，是极限情况下的耦合电感。

1. 三个理想化条件

(1)线圈无电阻，无损耗，芯子的磁导率无限大。

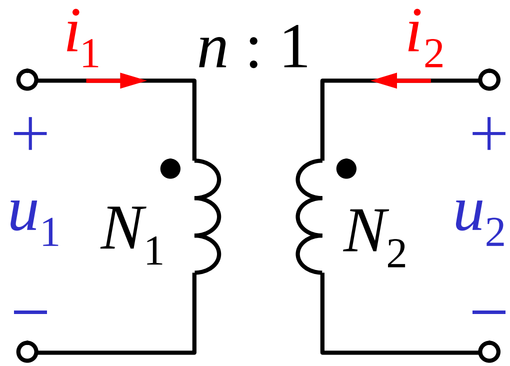
(2)全耦合，即耦合因数 k=1。

(3)参数L_1、L_2、M 为无限大，但满足 $\sqrt{\dfrac{L_1}{L_2}}=\dfrac{N_1}{N_2}=n$

2. 图形符号和主要性能

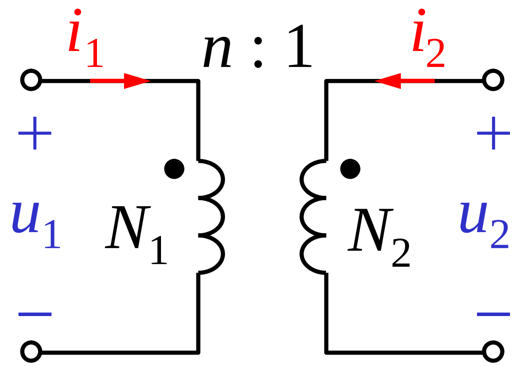
(1)变压关系

u_1和u_2的参考“+”都在同名端时：



$$\frac{N_1}{N_2}=\frac{u_1}{u_2}=n$$ 电压与匝数成正比。

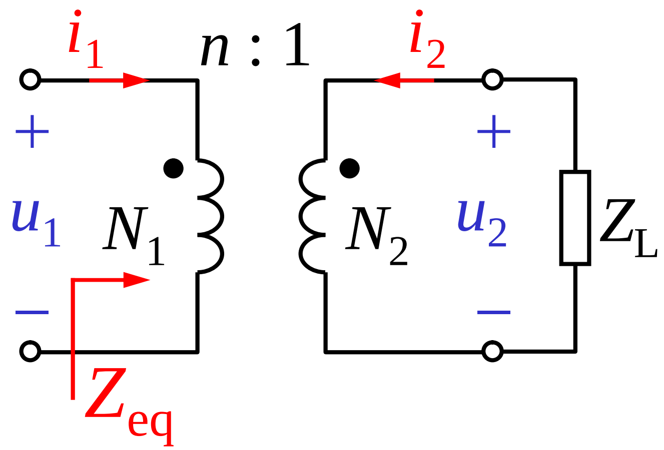
或者 $u_1 = \dfrac{N_1}{N_2} u_2 = n u_2$



(2)变流关系

i_1和i_2都从同名端流入(或流出)时：

$$i_1 = \frac{N_2}{N_1} i_2 = -\frac{1}{n} i_2$$ 电流与匝数成反比。



(3)变阻抗关系

$$Z_{\text{eq}} = \frac{\dot{U}_1}{\dot{I}_1} = \frac{n\dot{U}_2}{-\frac{1}{n}\dot{I}_2} = n^2\left(-\frac{\dot{U}_2}{\dot{I}_2}\right) = n^2 Z_{\text{L}}$$

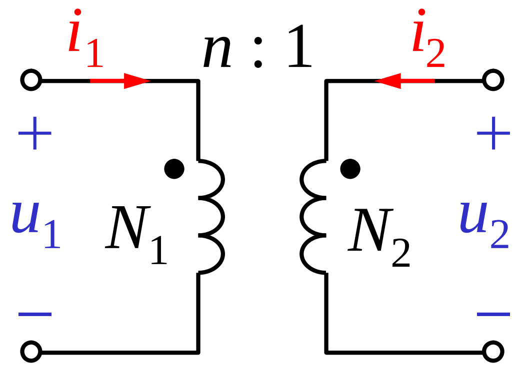
Z_{eq}是二次侧阻抗Z_L折算到一次侧的等效阻抗。

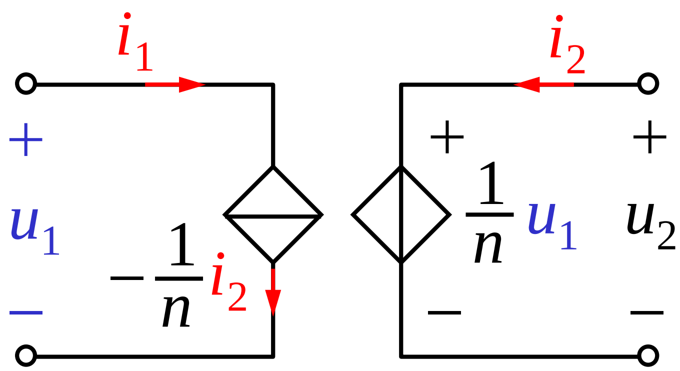
理想变压器的阻抗变换性质是只改变阻抗的大小，不改变阻抗的性质。

3. 功率性质

由理想变压器的变压、变流关系可得一次侧端口与二次侧端口吸收的功率之和：

$$u_1 i_1 + u_2 i_2 = u_1 i_1 + \frac{1}{n} u_1(-n i_1) = 0$$



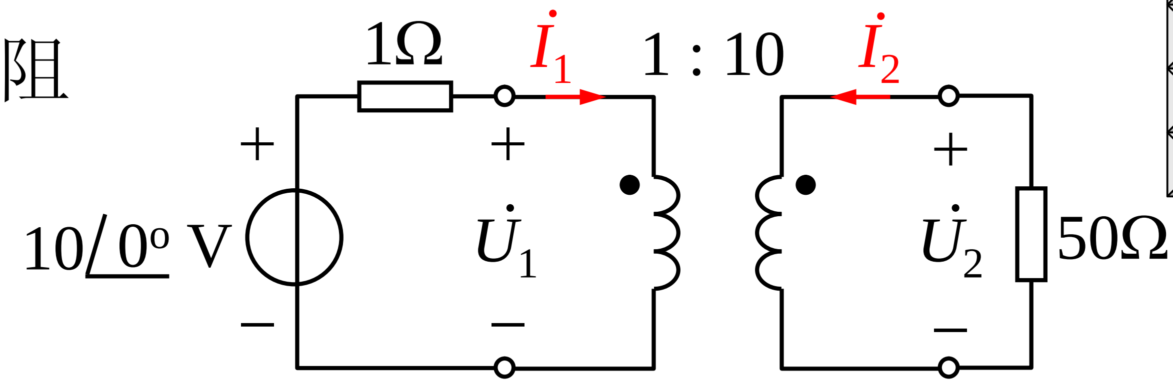


用受控表示的模型

- 理想变压器既不储能，也不耗能，在电路中只起传递信号和能量的作用。
- 理想变压器的特性方程为代数关系，因此它是无记忆的多端元件。
- 理想变压器仅一个参数 n。

实际的铁心变压器与理想变压器特性相近。在实用中，能根据需要完成不同的变换。

求图示电路负载电阻上的电压$\dot{U}_2$。



解法 1：

列方程求解。

一次回路：

$$1\times \dot{I}_1+\dot{U}_1=10\angle 0^{\circ}$$

二次回路：

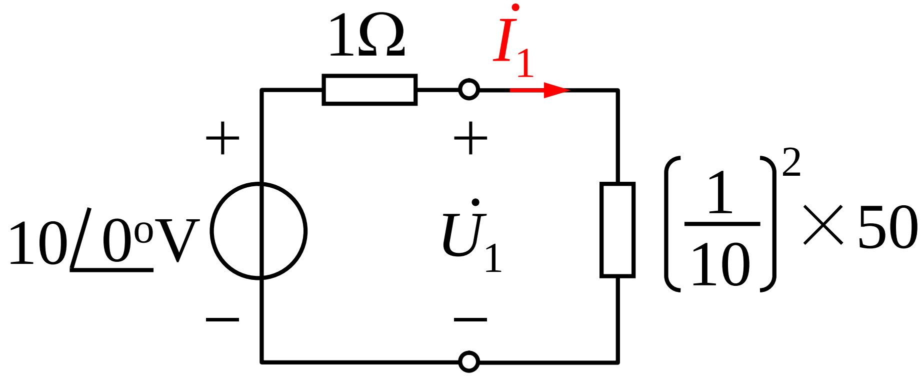
$$50\dot{I}_2+\dot{U}_2=0$$

理想变压器的特性方程

$$\dot{U}_1=\frac{1}{10}\dot{U}_2 \qquad \dot{I}_1=-10\dot{I}_2$$

解得 $\dot{U}_2=33.33\angle 0^{\circ}$ V

解法2： 应用阻抗变换得一次侧等效电路



$$\dot{U}_1=\frac{10\angle 0^{\circ}}{1+0.5}\times 0.5=\frac{10}{3}\angle 0^{\circ}\text{ V}$$

$$\dot{U}_2=10\dot{U}_1=33.33\angle 0^{\circ}\text{ V}$$

解法3：应用戴维南定理。

$$\dot I_2=0, \rightarrow \quad \dot I_1=0$$

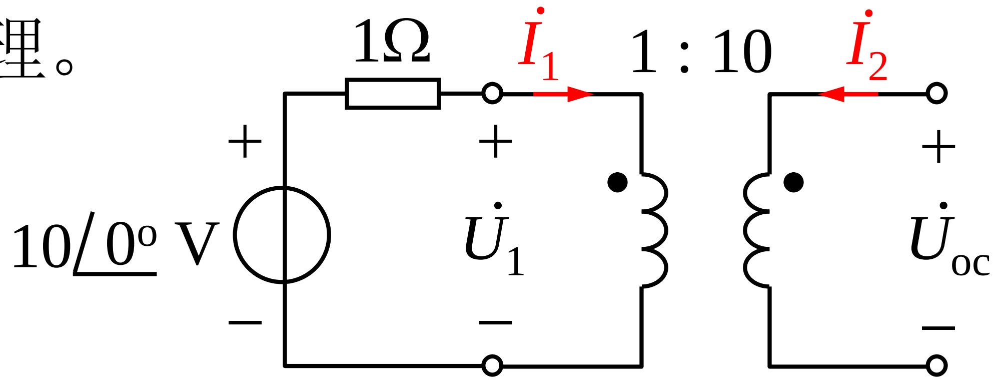
$$\dot U_{oc}=10\dot U_1=100\angle 0^\circ\ \text{V}$$

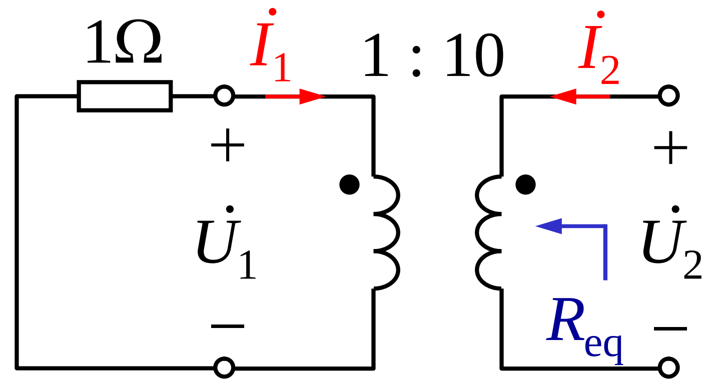
$$R_{eq}=\frac{\dot U_2}{\dot I_2}=10^2\times 1=100\ \Omega$$

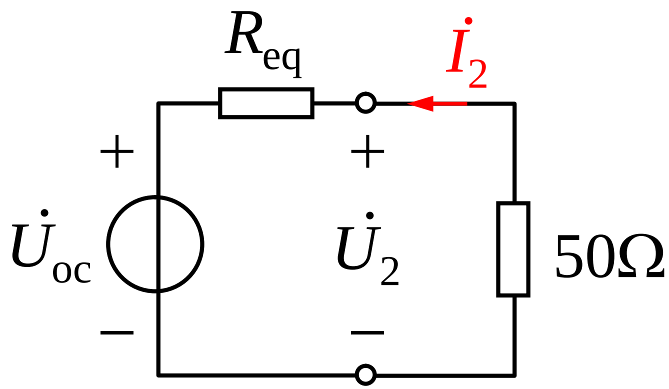
$$\dot U_2=\frac{\dot U_{oc}}{R_{eq}+50}\times 50$$

$$=\frac{100\angle 0^\circ}{100+50}$$

$$=33.33\angle 0^\circ\ \text{V}$$







结束

本章结束