第四章　电路定理

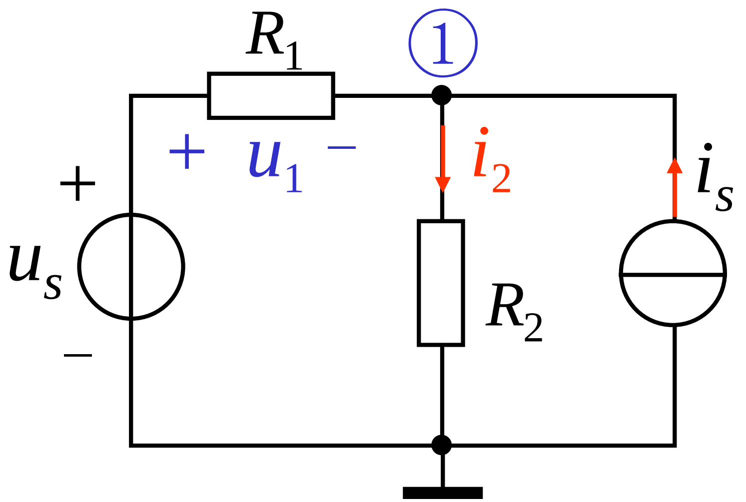
内容提要

1. 叠加定理
   齐性定理
2. 替代定理
3. 戴维南定理和诺顿定理
4. 特勒根定理
5. 互易定理
6. 对偶原理

难点：各电路定理应用的条件、电路定理应用中受控源的处理。

§ 4－1　叠加定理（重点）

1. 对于线性电路，任何一条支路的电流(或电压)，都可以看成是各个独立源分别单独作用时，在该支路所产生的电流(或电压)的代数和。线性电路这一性质称叠加定理。



$$\left(\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}\right)u_{n1}=i_s+\frac{u_s}{R_1}$$

$$u_{n1}=\frac{R_1R_2}{R_1+R_2}i_s+\frac{R_2}{R_1+R_2}u_s$$

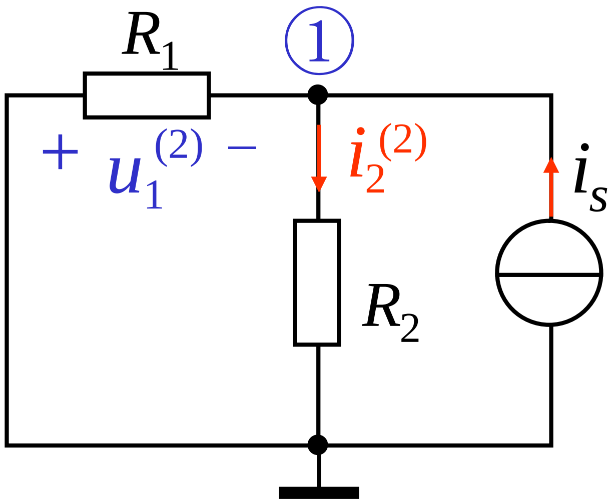
$$=K_f\,i_s+k_f\,u_s$$

u_{n1}是i_s和u_s的线性组合。

当 u_s单独作用时，i_s=0，　$u_{n1}^{(1)} = \dfrac{R_2}{R_1+R_2} u_s$

当 i_s 单独作用时，u_s=0，　$u_{n1}^{(2)} = \dfrac{R_1 R_2}{R_1+R_2} i_s$

$$u_{n1} = u_{n1}^{(1)} + u_{n1}^{(2)}$$



$$\left(\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}\right)u_{n1} = i_s + \frac{u_s}{R_1}$$

$$u_{n1} = \frac{R_1 R_2}{R_1+R_2} i_s + \frac{R_2}{R_1+R_2} u_s$$

$$= K_f\, i_s + k_f\, u_s$$

对于任何线性电路，当电路有g个电压源和h个电流源时，任意一处的电压u_f和电流i_f都可以写成以下形式：

$$u_f = \sum_{m=1}^{g} k_{fm} u_s + \sum_{m=1}^{h} K_{fm} i_s$$

$$i_f = \sum_{m=1}^{g} k'_{fm} u_s + \sum_{m=1}^{h} K'_{fm} i_s$$

- 叠加原理是线性电路的根本属性，它一方面可以用来简化电路计算，另一方面，线性电路的许多定理可以从叠加定理导出。在线性电路分析中，叠加原理起重要作用。

2. 应用叠加定理时注意以下各点：

(1)叠加定瀆不□ 用于非线性电路；

(2)叠加时，电路的联接以及电路所有电阻和受控源都不予更动。

所谓电压源不作用，是戊该电压源的电压置零，即在该电压源处用短路替代；

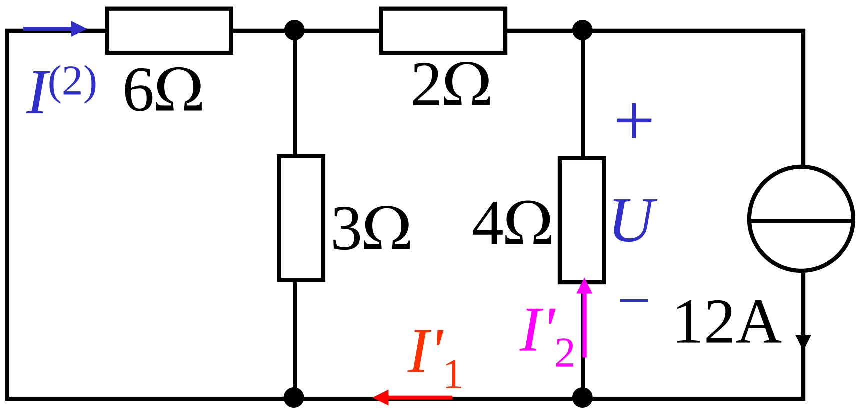
电流源不作用，是把该电流源的电流置 ，即在该电流处用开路替代；

(3)叠加时要泪意电流同电压的参考方向；

(4)功率不能叠加！

(5)电源分别作用时，可以“单干”，也可以按组。

3. 例题分析　求I 和 U。



电流源单独作用时:

$$I'_1=\frac{4\times 12}{4+\left(2+\dfrac{6\times 3}{6+3}\right)}$$

$$=6\ \text{A}$$

电压源单独作用时:

$$I^{(1)}=\frac{120}{6+\dfrac{3\times(2+4)}{3+(2+4)}}=15\ \text{A}$$

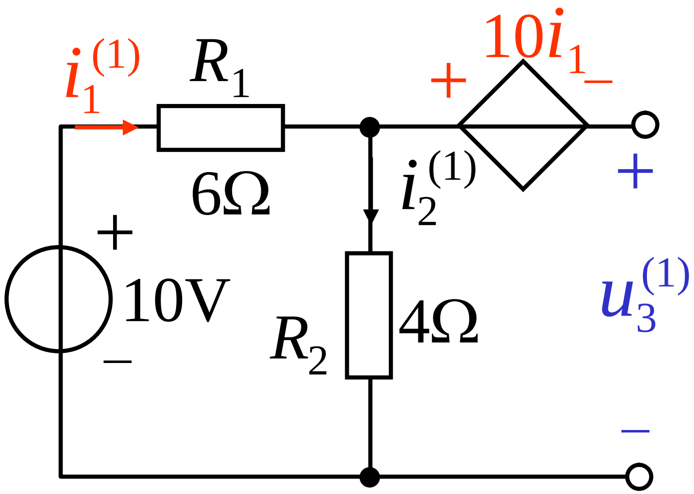
$$U^{(1)}=\frac{3\,I^{(1)}}{3+(2+4)}\times 4=20\ \text{V}$$

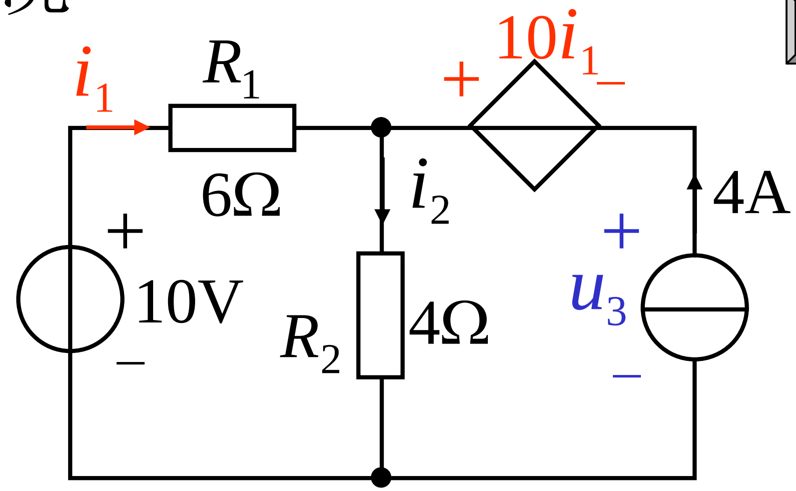
$$I^{(2)}=\frac{3}{6+3}\times 6=2\ \text{A}$$

$$U^{(2)}=-6\times 4=-24\ \text{V}$$

I=17A， U=－4A

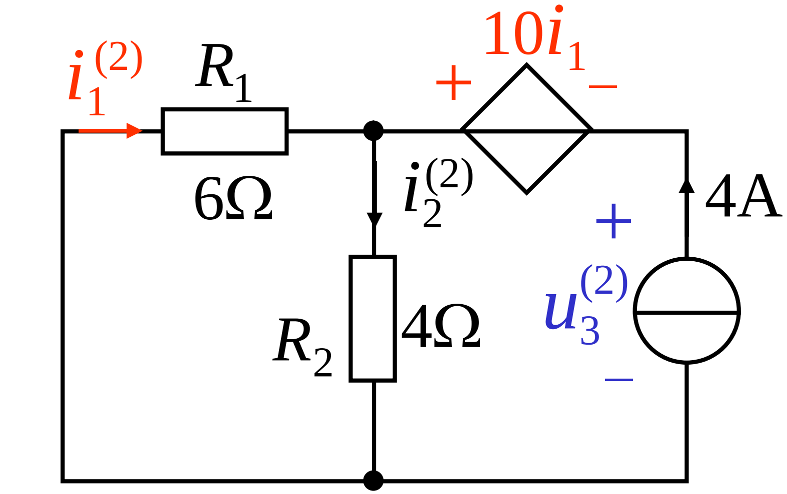
P85 例4–2　含受控源的情况





$$i_1^{(1)} = i_2^{(1)} = \frac{10}{6+4} = 1\text{A}$$

$$u_3^{(1)} = -10\, i_1^{(1)} + 4\, i_2^{(1)} = -6\text{V}$$

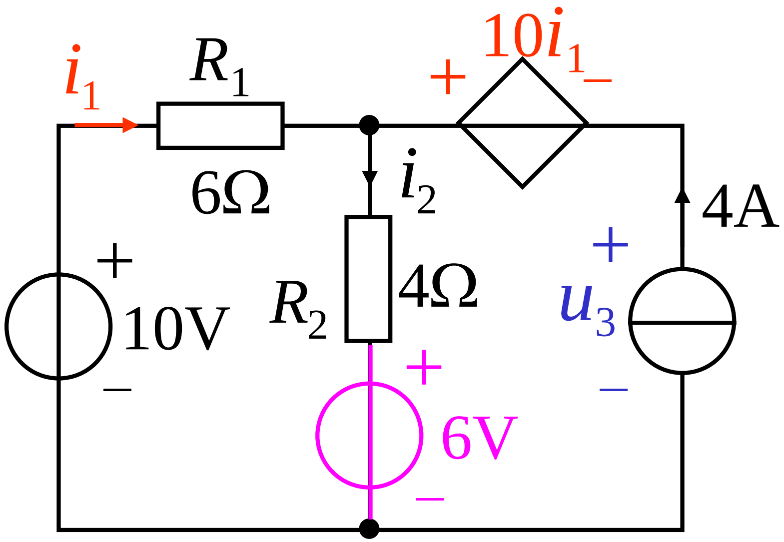


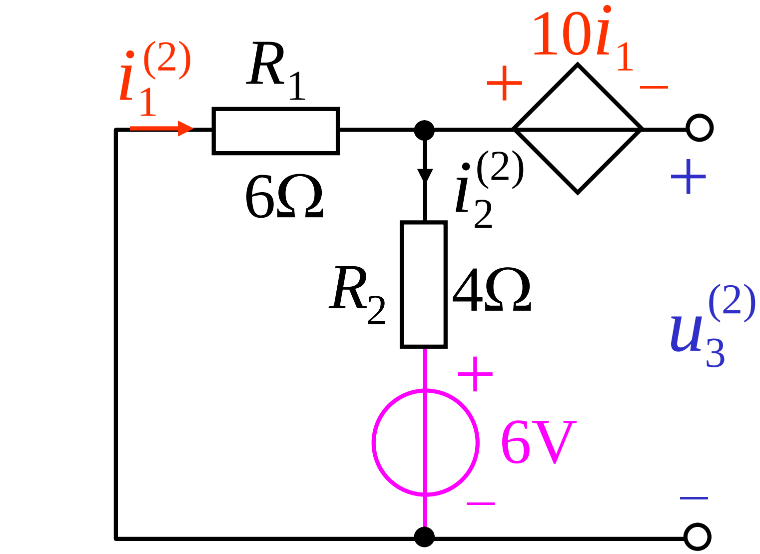
$$i_1^{(2)} = -\frac{4}{6+4} \times 4 = -1.6\text{A}$$

$$u_3^{(2)} = -10\, i_1^{(2)} - 6\, i_1^{(2)} = 25.6\text{V}$$

$$u_3 = -6 + 25.6 = 19.6\text{V}$$

P86 例4–3





把10V电压源和4A电流源合为一组，引用上例结果：

$$u_3^{(1)} = 19.6\text{V}$$

$$i_1^{(2)} = i_2^{(2)} = \frac{-6}{6+4} = -0.6\text{A}$$

$$u_3^{(2)} = -10\, i_1^{(2)} - 6\, i_1^{(2)}$$

$$= -16 \times (-0.6) = 9.6\ \text{V}$$

$$u_3 = u_3^{(1)} + u_3^{(2)} = 29.2\text{V}$$

$$K\,u_f=\left(\sum_{m=1}^{g}k_{fm}u_s+\sum_{m=1}^{h}K_{fm}\,i_s\right)K$$

4. 齐性定理　$f(Kx) = K\,f(x)$

- 当所有激励(电压源和电流源)都增大或缩小K倍(K为实常数)时，响应(电流和电压)也将同样增大或缩小K倍。

- 首先，激励指独立电源；
- 其次，必须全部激励同时增大或缩小K倍。
- 显然，当电路中只有一个激励时，响应将与激励成正比。

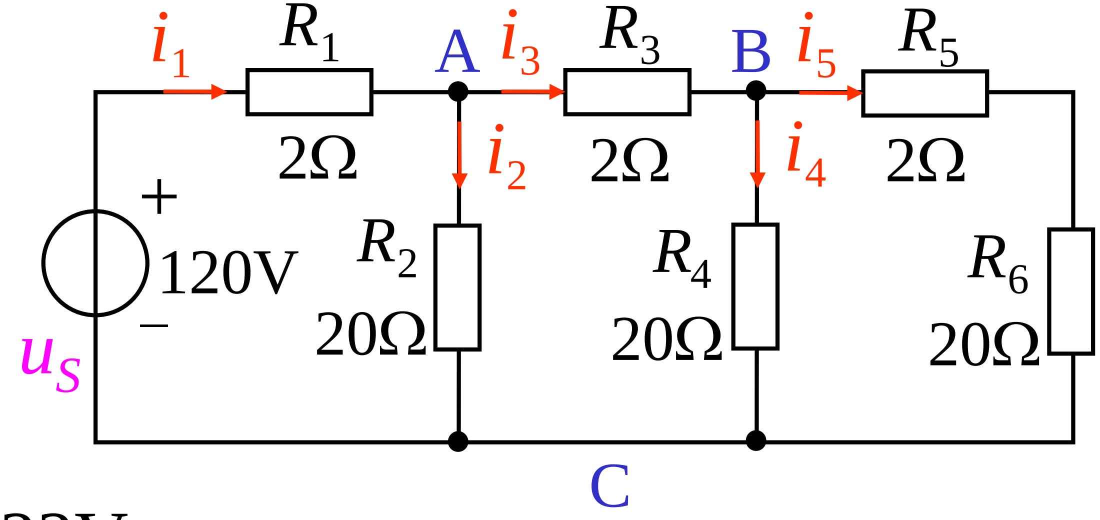
- 用齐性定理分析梯形电路特别有效。

P87 例4–4

求各支路电流。

先用“倒退法”

设 $i_5 = i'_5 = 1\text{A}$



$$u'_{BC} = (2+20)\, i'_5 = 22\text{V}$$

$$i'_4 = \frac{u'_{BC}}{R_4} = \frac{22}{20} = 1.1\text{A}$$

$$i'_3 = i'_4 + i'_5 = 2.1\text{A}$$

$$u'_{AC} = R_3 i'_3 + u'_{BC}$$

$$= 2 \times 2.1 + 22 = 26.2\text{V}$$

$$i'_2 = \frac{u'_{AC}}{R_2} = \frac{26.2}{20} = 1.31\text{A}$$

$$i'_1 = i'_2 + i'_3 = 3.41\text{A}$$

$$u'_S = R_1 i'_1 + u'_{AC}$$

$$= 2 \times 3.41 + 26.2$$

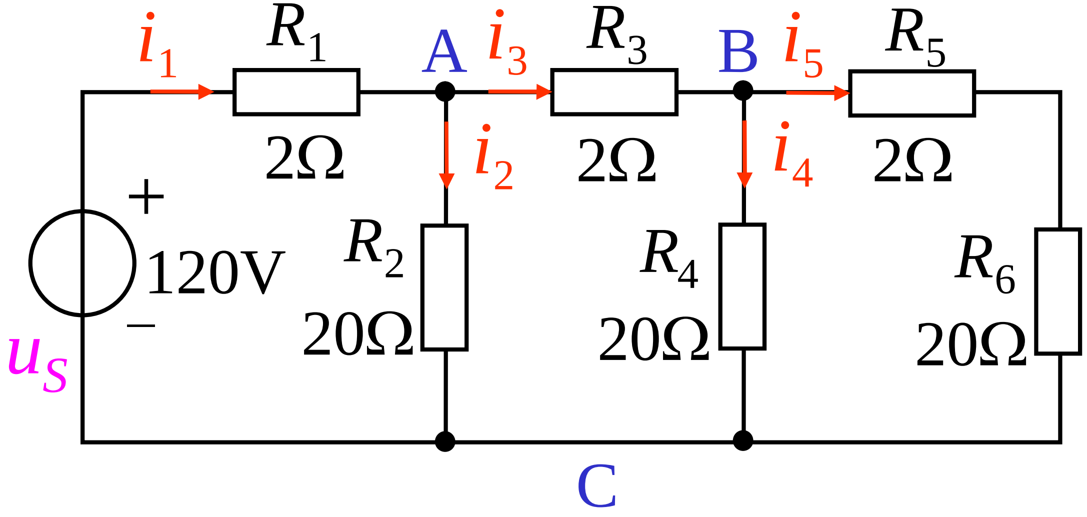
$$= 33.02\text{V}$$

P87 例4–4

求各支路电流。

先用“倒退法”

设 $i_5 = i'_5 = 1\text{A}$



得 $u'_S = 33.02\text{V}$

再用齐性定理修正：

将u'_S增大 $K = \dfrac{120}{33.02}$ 倍，各支路电流将同时增大$K \approx 3.634$倍。

$i_1 = K\, i'_1 \approx 12.39\text{A}$

$i_2 = K\, i'_2 \approx 4.76\text{A}$

$i_3 = K\, i'_3 \approx 7.63\text{A}$

$i_4 = K\, i'_4 \approx 4.00\text{A}$

$i_5 = K\, i'_5 \approx 3.63\text{A}$

§4-2 替代定理

- 给定一个线性电阻电路，若第k条支路的电压u_k和电流i_k为已知，那么这条支路就可以用下列任何一个元件去替代：

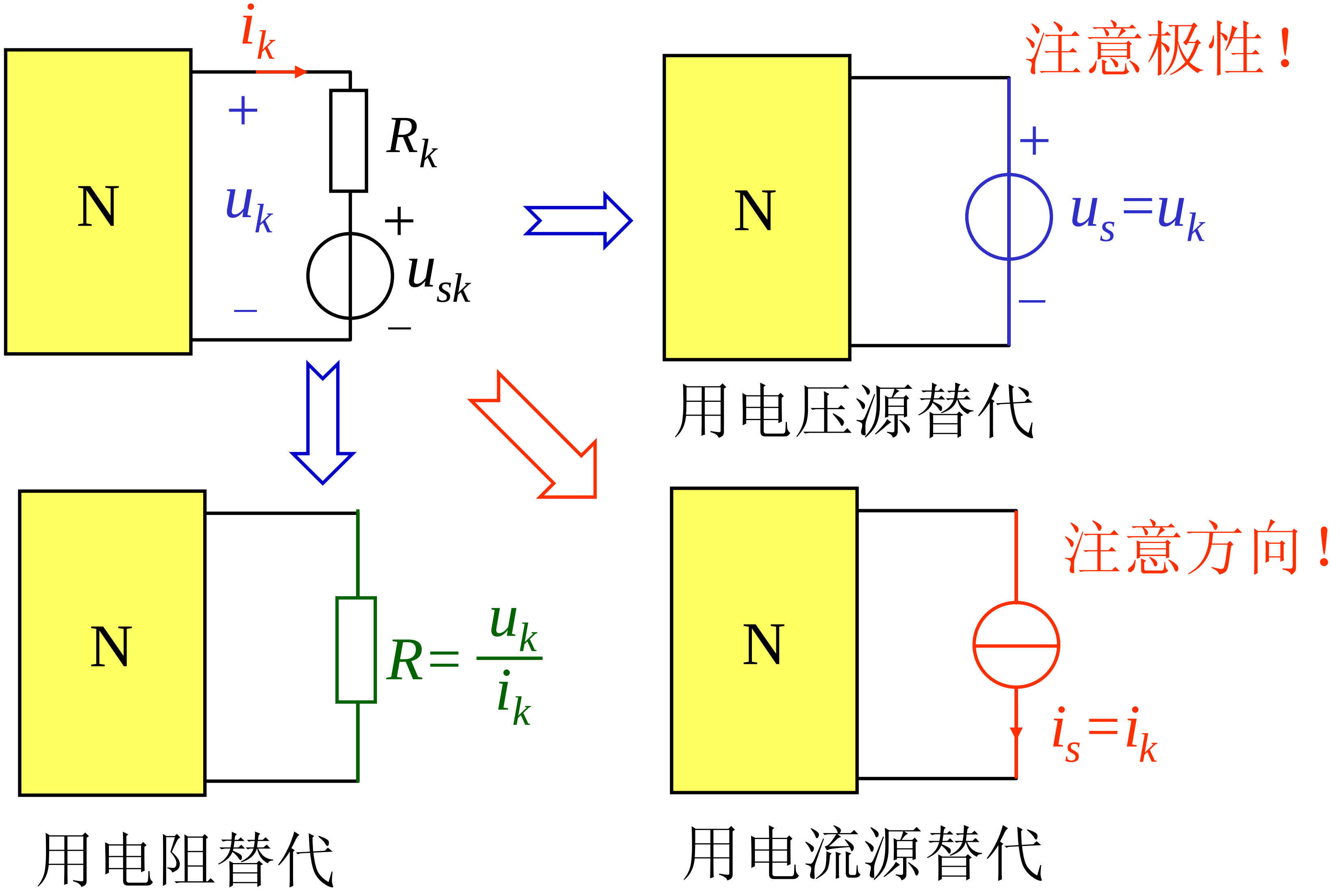
(1)电压等于u_k的独立电压源；

(2)电流等于i_k的独立电流源；

(3)阻值等于$\dfrac{u_k}{i_k}$的电阻。

- 替代后，该电路中其余部分的电压和电流均保持不变。

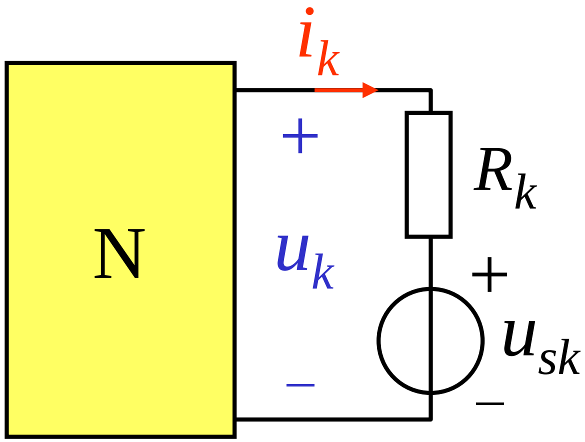
替代定理的示意图



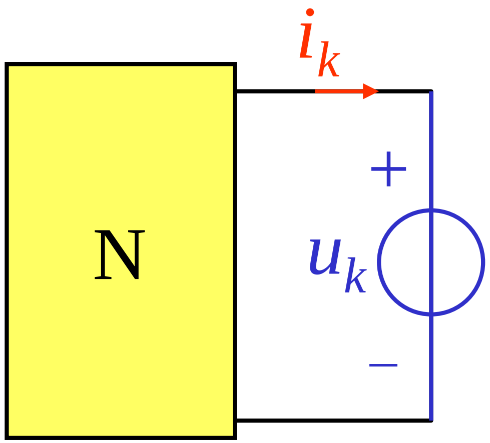
i_k
N
+
u_k
–
R_k
+
u_{sk}
–
N
+
$u_s=u_k$
–
注意极性！
用电压源替代
N
$R=\dfrac{u_k}{i_k}$
用电阻替代
N
注意方向！
$i_s=i_k$
用电流源替代

直观地理解

- 对给定的一组线性(或非线性)代数方程，只要存在唯一解，则其中任何一个未知量，如果用解答值去替代，肯定不会引起其它变量的解答在量值上有所改变。
- 对电路问题，根据KCL、KVL列出方程，支路电压和电流是未知量，激励源是已知的。
- 把某支路确定的电压u_k(或电流i_k)用数值为u_k(或i_k)的理想电压源(或电流源)替代，就相当于把未知量用其解答值去替代，不会引起任何一个支路电压和电流发生变化。



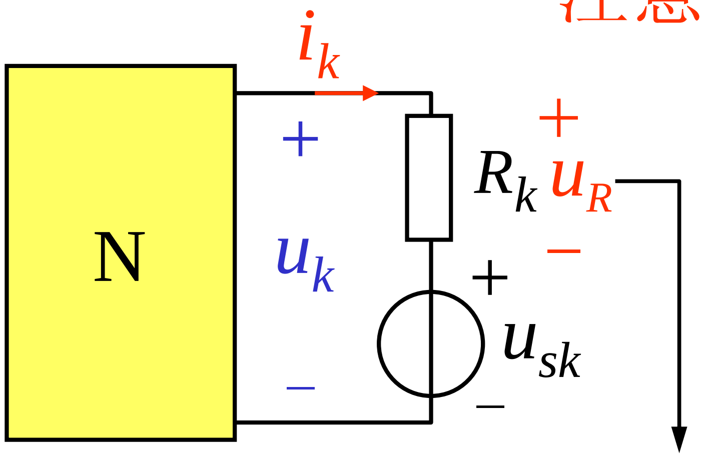
原电路



新电路

用u_k替代时的情况说明

- 替代前后连接相同，故两个电路的KCL和KVL也相同。
- 两个电路的“N”相同，故“N”部分的支路约束关系也一样。
- 在新电路中，k支路被u_k约束，而电流则可以是任意的。
- 可见，原电路的所有电压和电流满足新电路的全部约束关系。
- 若原电路各支路电压和电流均有唯一解，则新电路也有，而且<u>原电路的解就是新电路的解</u>。

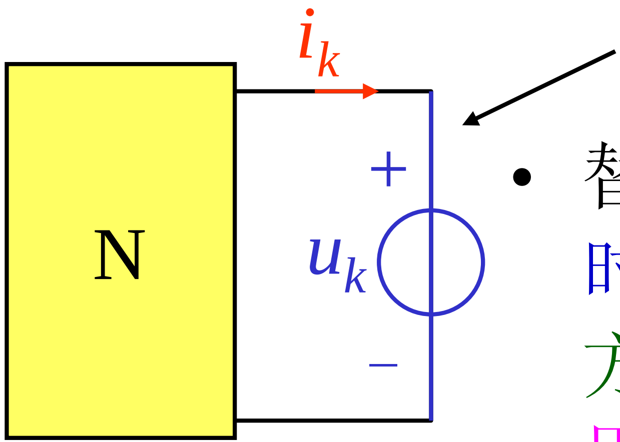


原电路

注意：被替代的支路可以是有源的，也可以是无源的（例如只含有一个电阻）。

➢ 但不能含有受控源或是受控源的控制量！

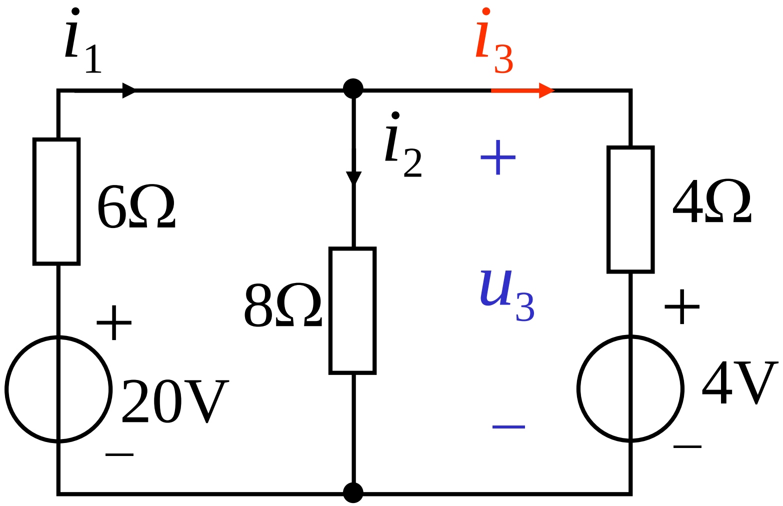
u_R为“N”中某个受控源的控制量，替代后u_R不存在了。

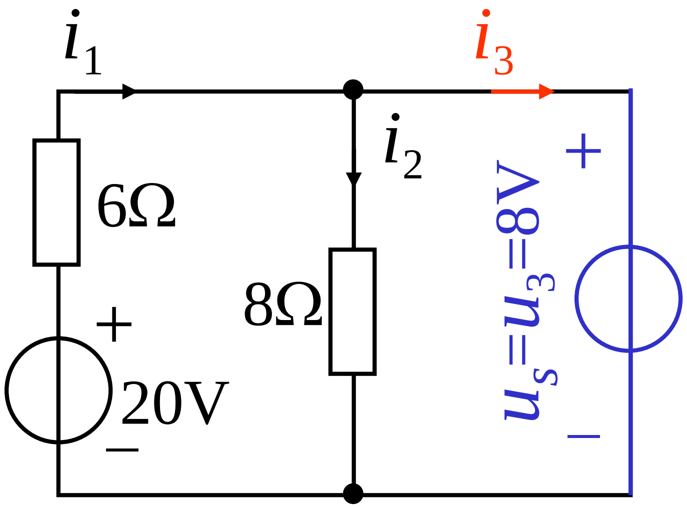


新电路

- 替代定理也称置换定理。电路分析时可简化电路；有些新的等效变换方法与定理用它导出；实践中，采用假负载对电路进行测试，或进行模拟试验也以此为理论依据。

应用举例1





用8V电压源替代 u_3

已知 $u_3 = 8V$

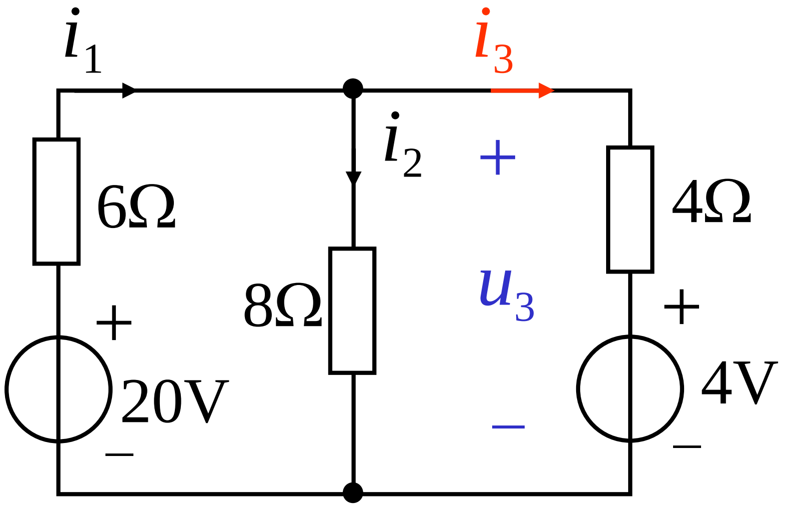
求 i_1、i_2、i_3 时可用替代定理。

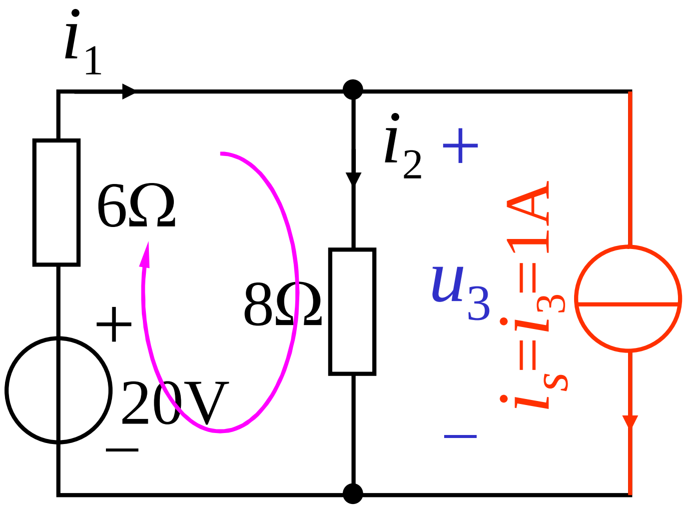
$$i_2 = \frac{8}{8} = 1A$$

$$i_1 = \frac{20-8}{6} = 2A$$

$$i_3 = i_1 - i_2 = 1A$$

应用举例2





用1A电流源替代 i_3

若已知 $i_3 = 1A$

可用替代定理求 i_1、i_2、u_3

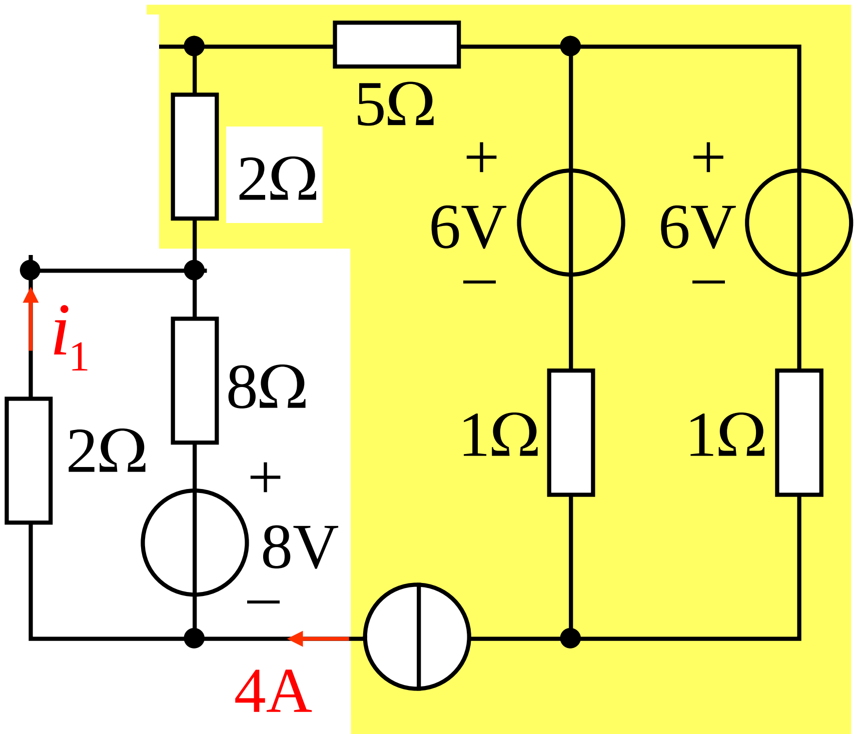
$$i_2 = i_1 - 1 = 1A$$

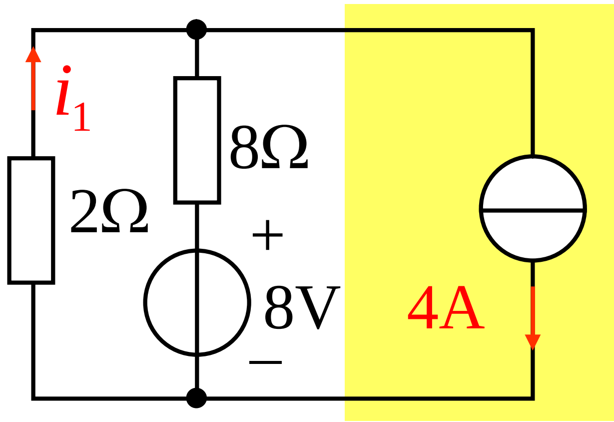
$$6i_1 + 8(i_1 - 1) = 20$$

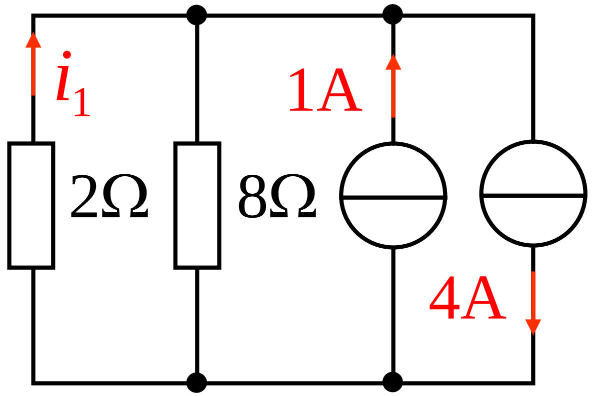
$$i_1 = 2A$$

$$u_3 = 8i_2 = 8V$$

补充例题：求 i_1



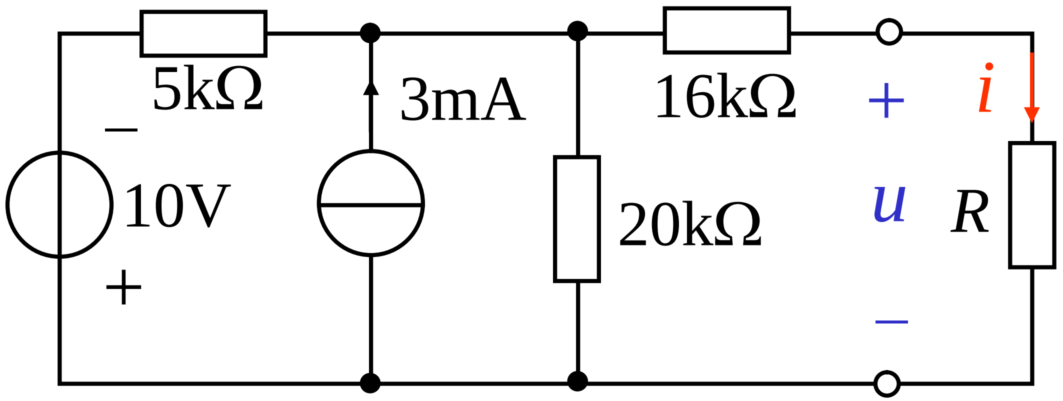




$$i_1 = \frac{8}{2+8} \times (4-1) = 2.4\text{A}$$

§ 4-3　戴维宁定理和诺顿定理

- 对一个复杂的电路，有时我们只对局部的电压和电流感兴趣，例如只需计算某一条支路的电流或电压：



i=?

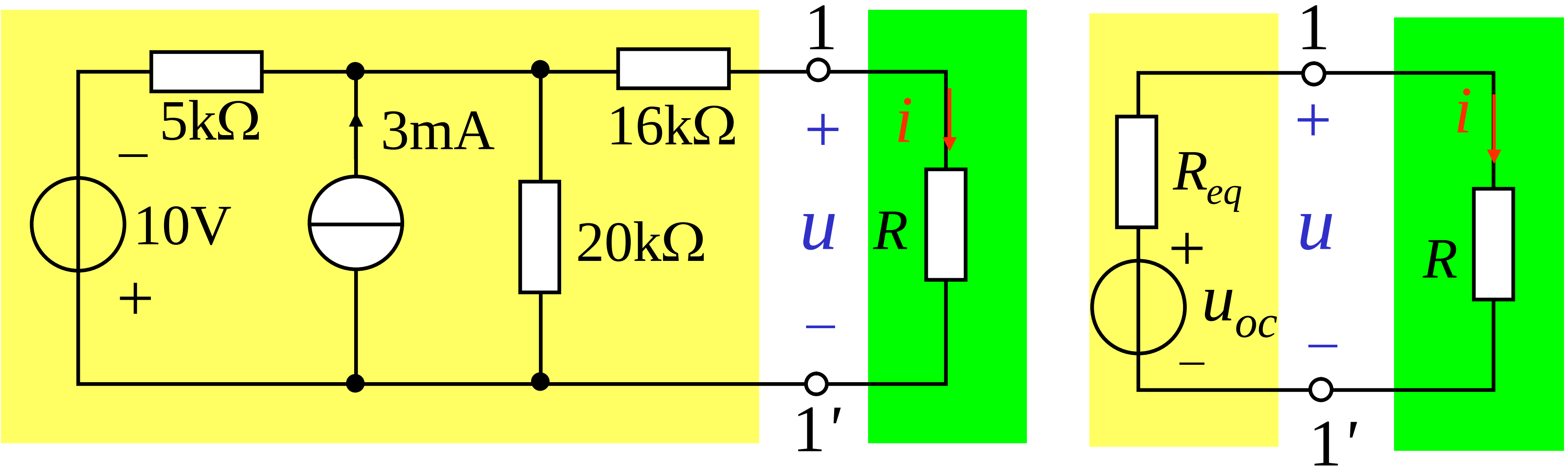
或 u=?

或 R=?能获得最大功率?

- 此时，采用戴维宁定理或者是诺顿定理，就比对整体电路列方程求解简单。

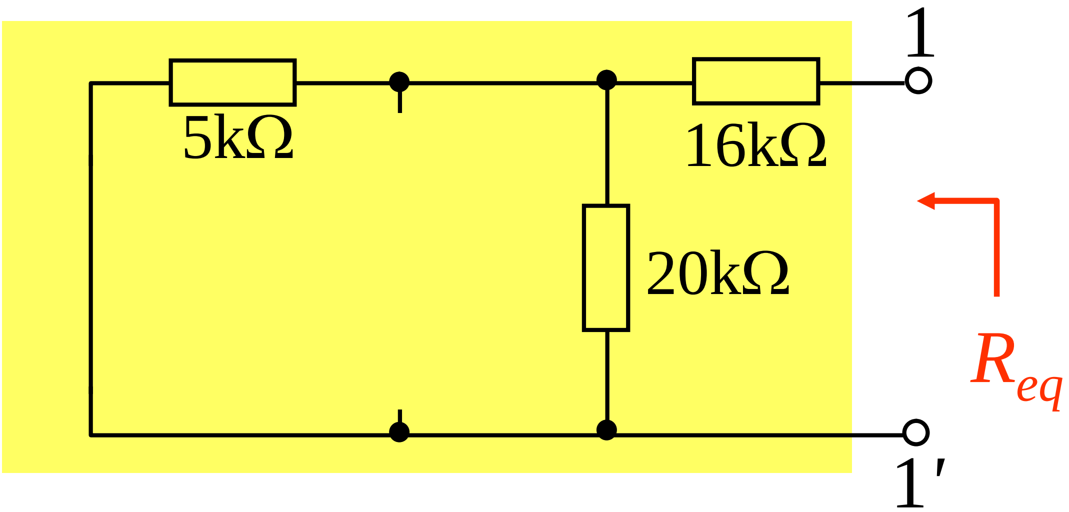
1. 戴维宁定理（重点）！

一个线性含源一单口N_s，对外电路来说，可以用一个电压源和电阻的串联组合等效置换。电压源的电压等于N_s的开路电压u_{oc}，电阻等于N_s中所有独立源置零时的输入电阻R_{eq}。

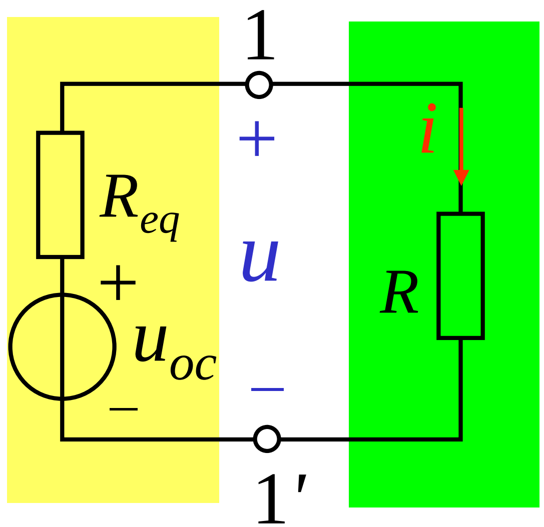


含独立电源的一单口N_s　　外电路

一个线性含源一单口N_s，对外电路来说，可以用一个电压源和电阻的串联组合等效置换。电压源的电压等于N_s的开路电压u_{oc}，电阻等于N_s中所有独立源置零时的输入电阻R_{eq}。

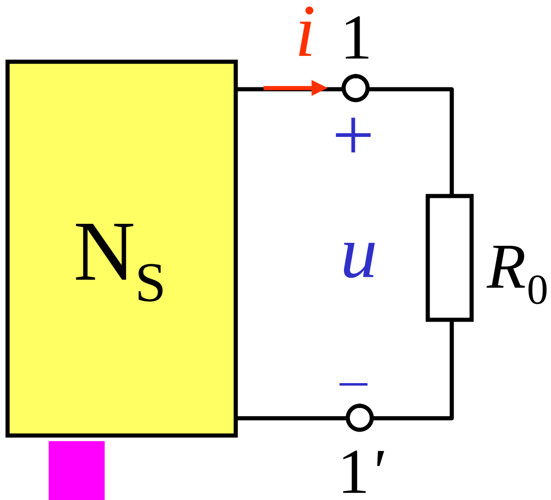


化为无源网络N_0

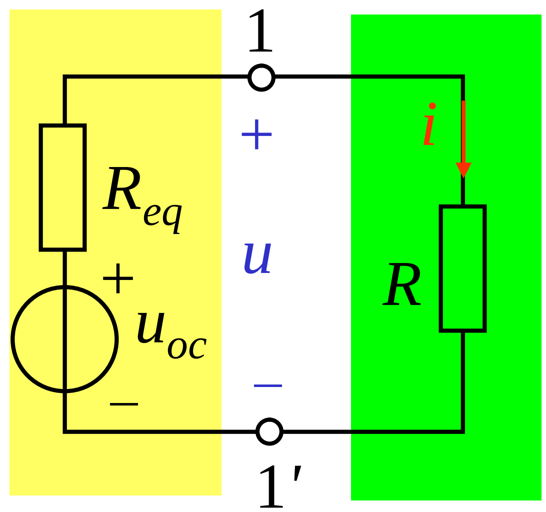


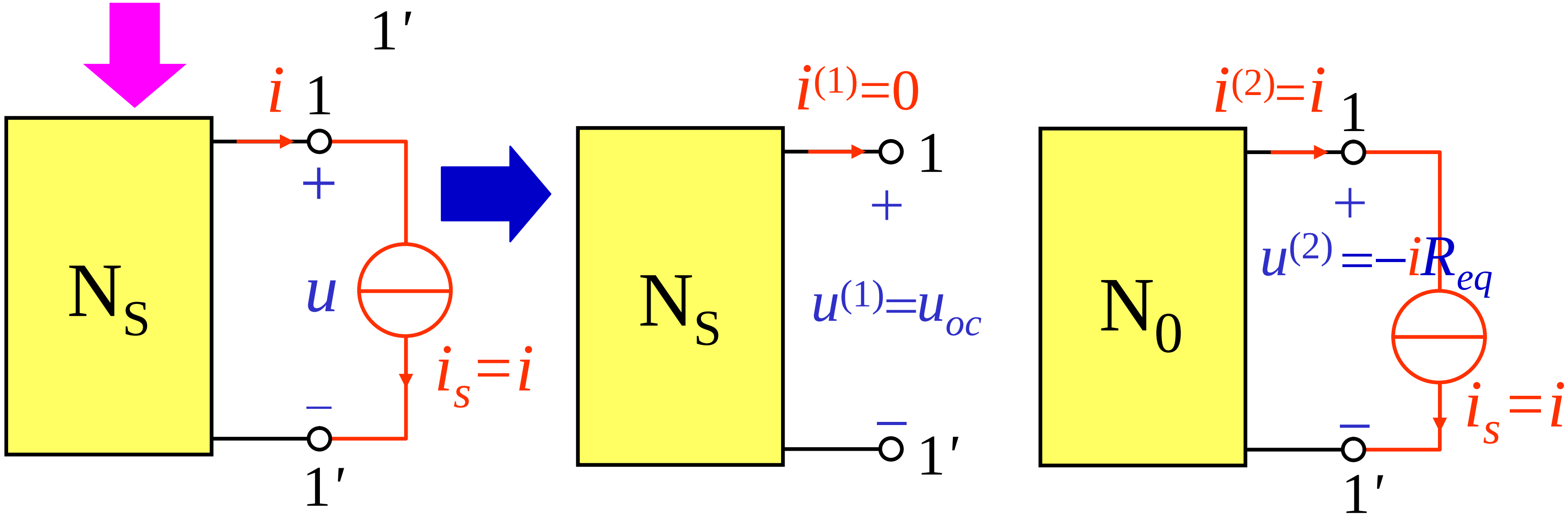
理论证明：

应用替代定理和叠加定理。



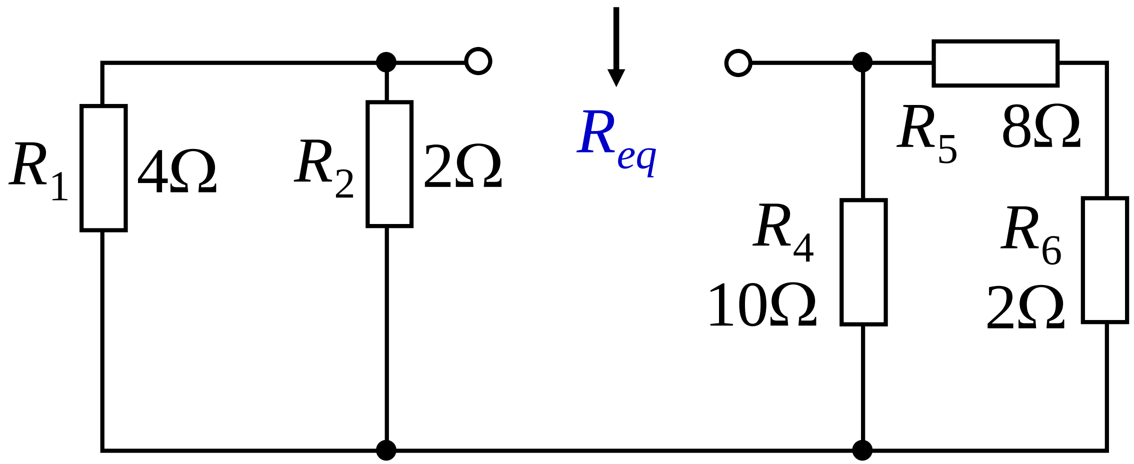
$$u = u^{(1)} + u^{(2)}$$
$$= u_{oc} - iR_{eq}$$





例题分析1

P93例4–5



由结点电压法

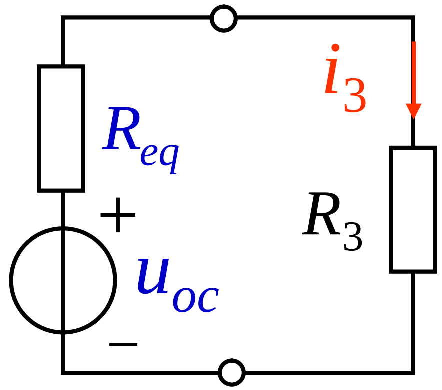
$$u_{oc} = \frac{\frac{u_{s1}}{R_1} + \frac{u_{s2}}{R_2}}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}}$$

$$= \frac{10+20}{0.25+0.5}$$

$$= 40\text{V}$$

$$R_{eq} = \frac{4\times 2}{4+2} + \frac{10\times(8+2)}{10+(8+2)}$$

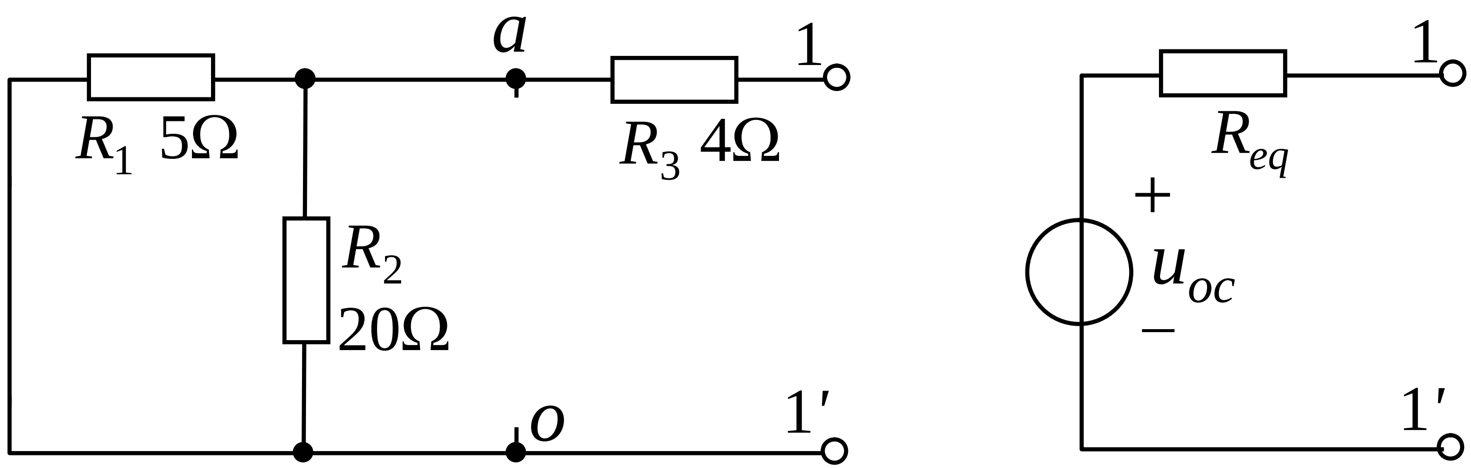
$$= 1.33+5 = 6.33\Omega$$



$$i_3 = \frac{40}{6.33+5}$$

$$= 3.53\text{A}$$

例题分析2，求戴维宁等效电路。



- 解法1：

$\because$ R_3无压降

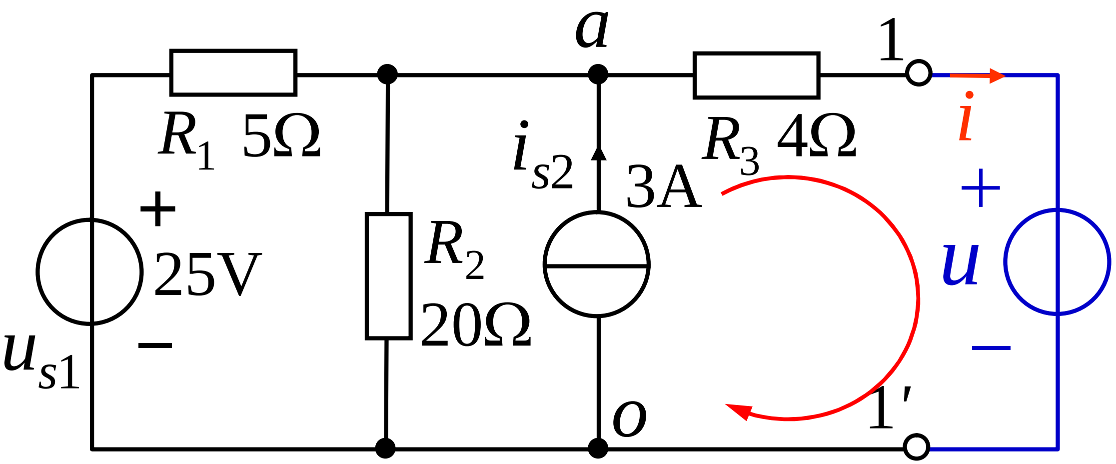
$\therefore$ $u_{oc} = u_{ao}$

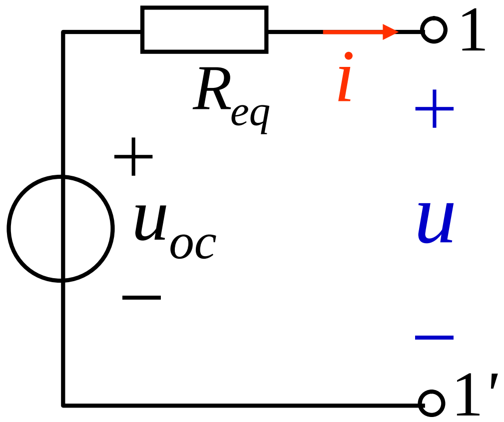
由结点法

$$u_{oc} = \frac{\frac{25}{5}+3}{\frac{1}{5}+\frac{1}{20}} = \frac{100+60}{4+1} = 32\text{V}$$

$$R_{eq} = 4 + \frac{5\times 20}{5+20} = 8\Omega$$

例题分析2，求戴维宁等效电路。





➢ 解法2：在端口处加 u，写出u—i关系：

$$u_{ao}=\frac{\frac{25}{5}+3+\frac{u}{4}}{\frac{1}{5}+\frac{1}{20}+\frac{1}{4}}=\frac{u}{2}+16$$

$$u_{ao}=4\,i+u$$

消去u_{ao}得 $\underline{u=32-8\,i}$

与 $\underline{u=u_{oc}-R_{eq}\,i}$

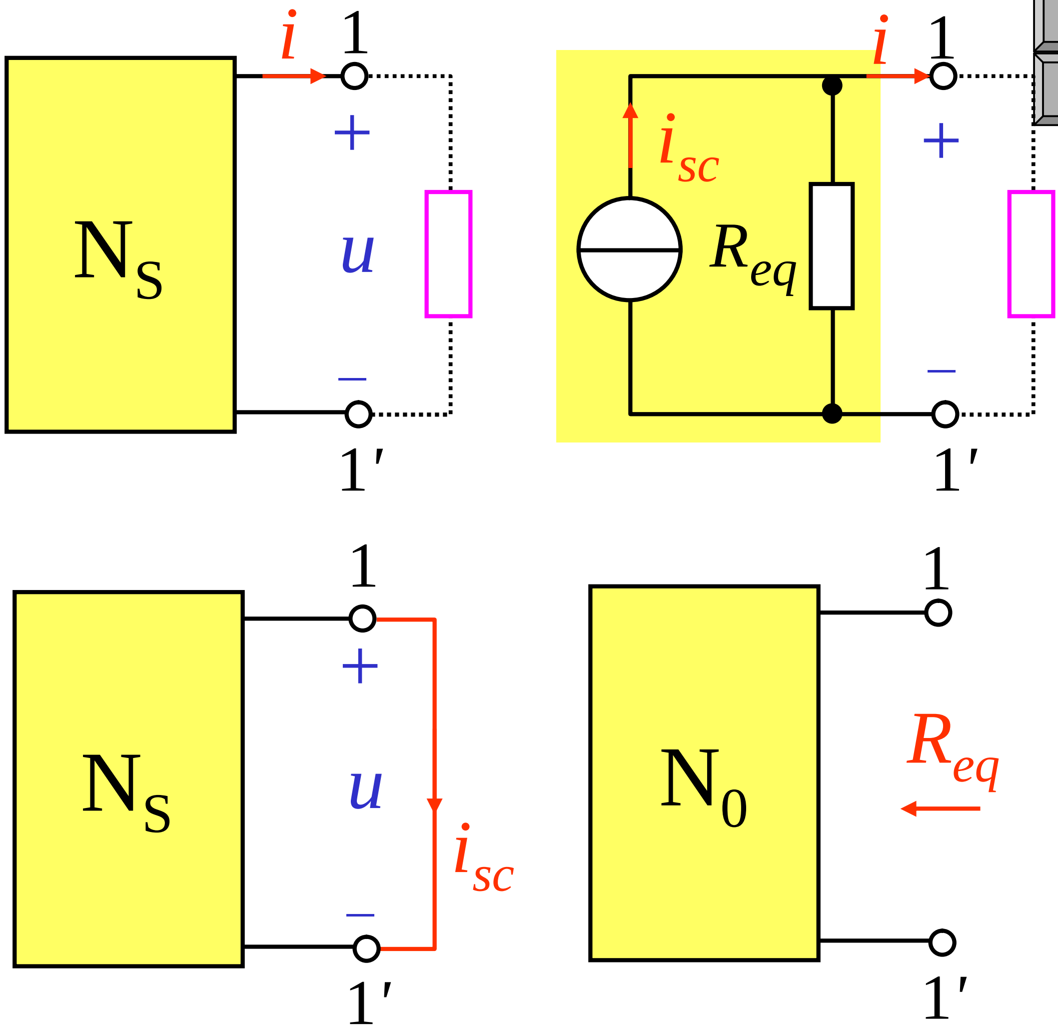
比较得：

u_{oc}=32V

R_{eq}=8Ω

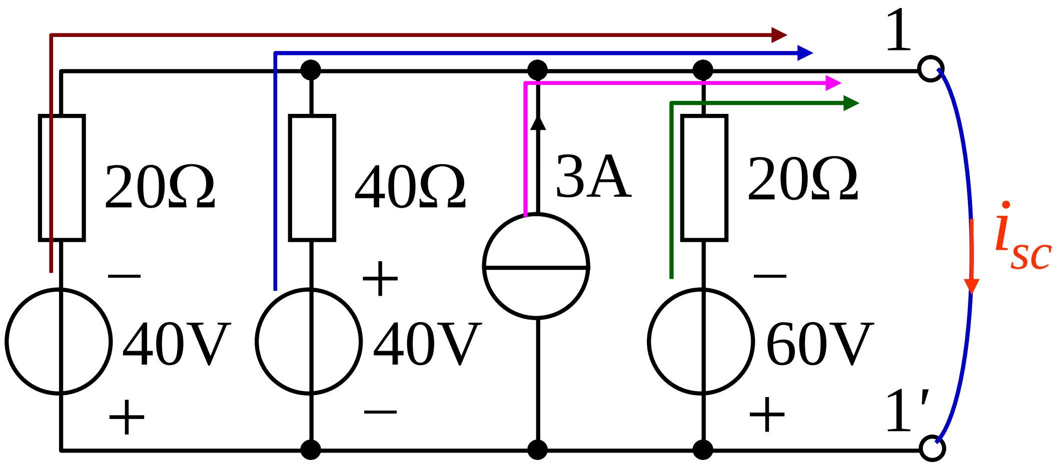
2. 诺顿定理

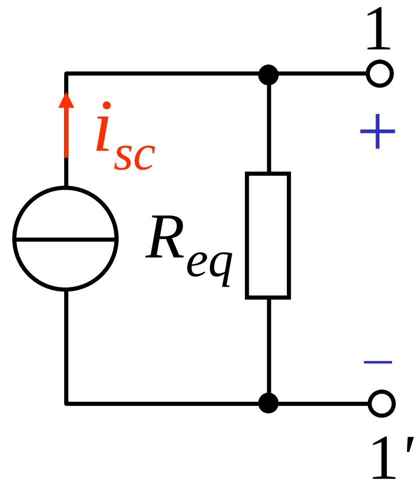
- 一个线性含源一端口N_s，对外电路来说，可以用一个电流源和电阻的并联组合等效置换。电流源的电流等于N_s的短路电流i_{sc}，电阻等于N_s中所有独立源置零时的输入电阻R_{eq}。



戴维宁定理和诺顿定理统称等效发电机定理。

P93 例4–6 求下图的等效发电机。



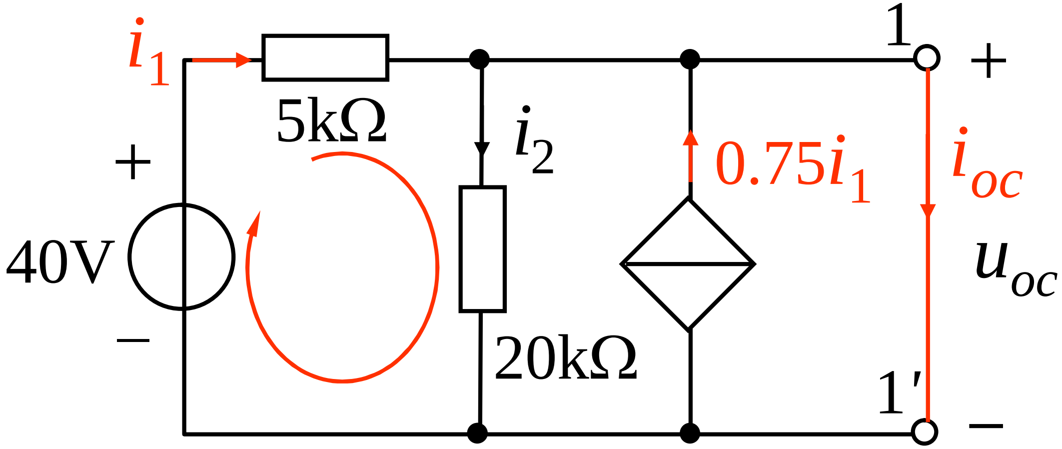


本题求短路电流比较方便。

$$i_{sc} = -2 + 1 + 3 - 3 = -1\ \mathrm{A}$$

$$R_{eq} = \frac{10 \times 40}{10+40} = 8\Omega$$

P94 例4–7（含受控源的情况）



$$i_{oc}=\frac{40}{5}+0.75\times\frac{40}{5}$$

$$=14 \quad (\text{mA})$$

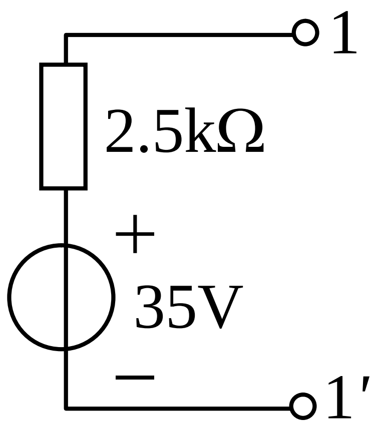
$$R_{eq}=\frac{35}{14}=2.5\text{k}\Omega$$

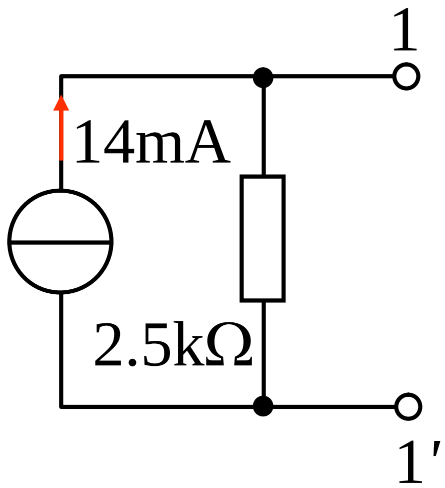
$$i_2=i_1+0.75i_1=1.75i_1$$

$$40=5i_1+20\times1.75i_1$$

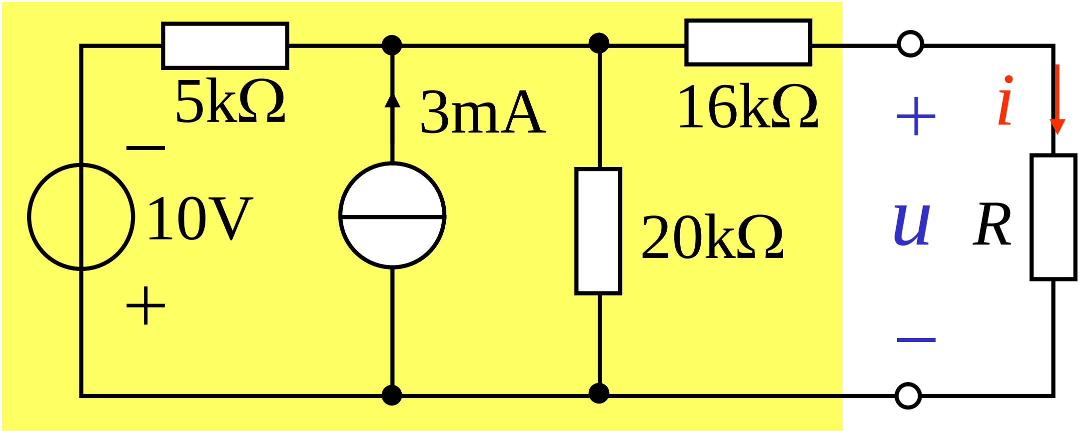
$$i_1=\frac{40}{5+20\times1.75}=1\ (\text{mA})$$

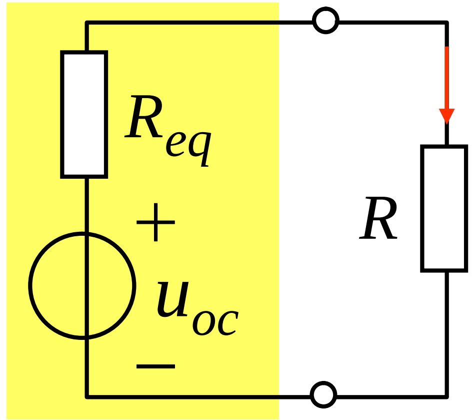
$$u_{oc}=20i_2=20\times1.75\times1=35(\text{V})$$





4–4 最大功率传递定理





$$p = i^2R = \frac{u_{oc}^2\,R}{(R_{eq}+R)^2}$$

要使p 最大，应使

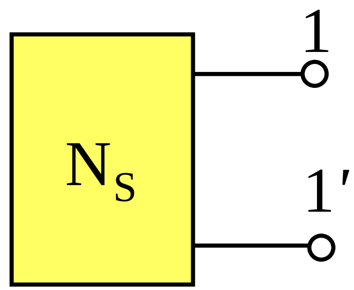
$$\frac{\mathrm{d}p}{\mathrm{d}R} = \frac{u_{oc}^2\,(R_{eq}-R)}{(R_{eq}+R)^3} = 0$$

求得：$R = R_{eq}$

$$\left.\frac{\mathrm{d}^2p}{\mathrm{d}R^2}\right|_{R=R_{eq}} = -\frac{u_{oc}^2}{8R_{eq}^3} < 0$$

线性单口网络传给外接负载电阻最大功率的条件：负载电阻与戴维宁(或诺顿)等效电阻相等。

温故知新



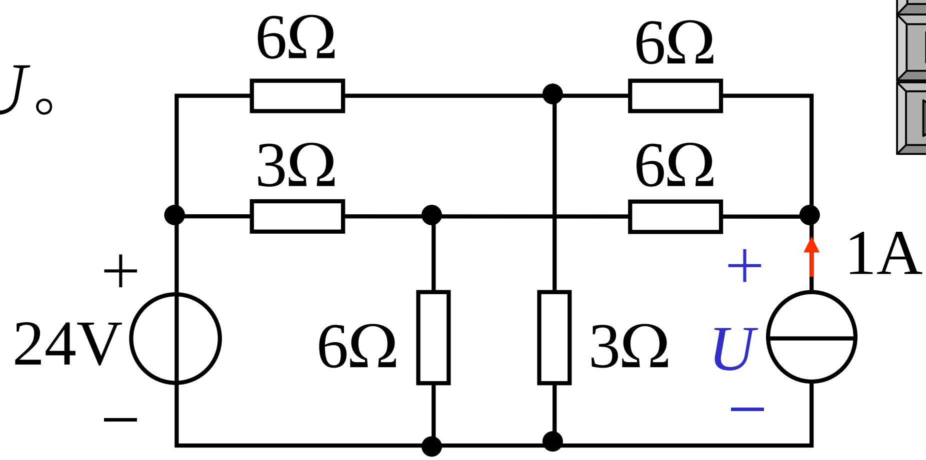
1. 当含源一端口网络N_S的等效电阻R_{eq}=0时，则该网络只有戴维宁等效电路，而无诺顿等效电路。

2. 当含源一端口网络N_S 的等效电阻$R_{eq}\to\infty$时，则该网络只有诺顿等效电路，而无戴维宁等效电路。

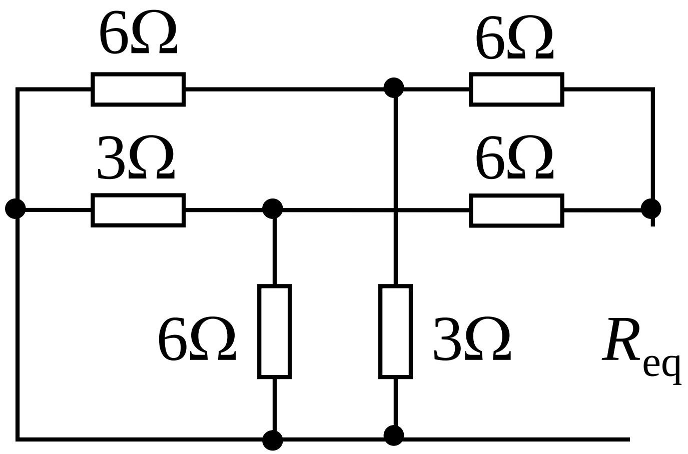
教材P110的习题4-13。

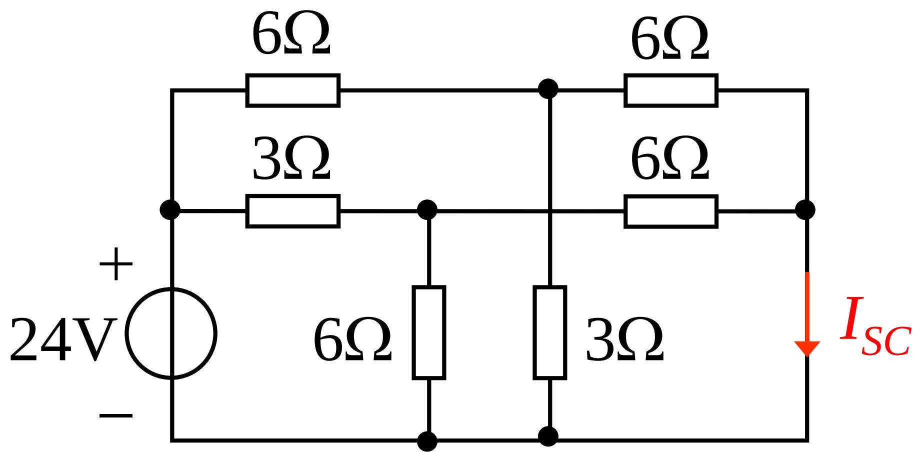
3. 最大功率传输定理用于一端口电路给定，负载电阻可调的情况；一端口等效电阻消耗的功率一般并不等于端口内部消耗的功率，因此当负载获取最大功率时,电路的传输效率并不一定是50%；计算最大功率问题结合应用戴维宁定理或诺顿定理最方便。

例：求图示电路中的电压U。



解：*本题用诺顿定理求比较方便。因短路电流比开路电压容易求。*



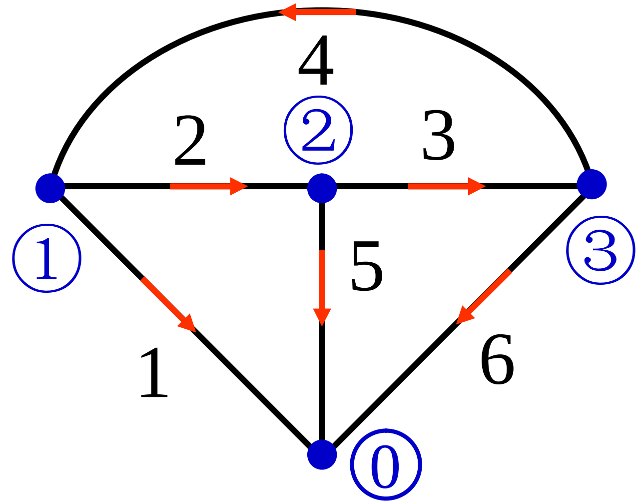


§ 4–5 特勒根定理

➢ 定理1

对于一个具有n个结点b条支路的电路，假设各支路电流和支路电压取关联参考方向，并令 $(i_1, i_2, \cdots, i_b)$、$(u_1, u_2, \cdots, u_b)$ 分别为支路的电流和电压，则对任何时间t，有

$$\sum_{k=1}^{b} u_k i_k = 0$$



- 证明：用结点电压表示各支路电压：

$u_{n1} = u_1$，

$u_{n2} = u_5$

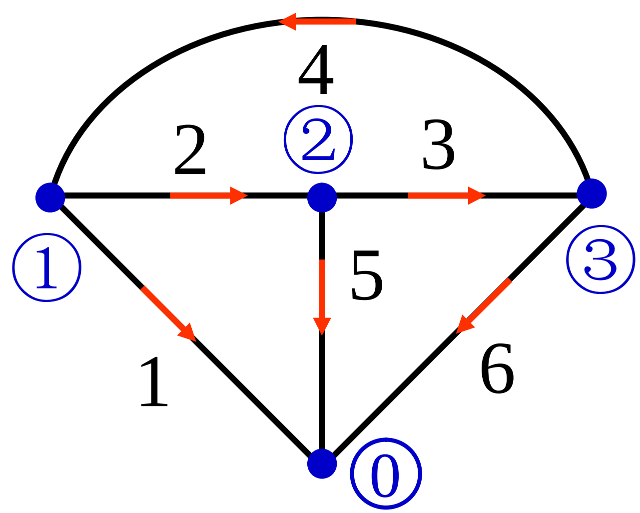
$u_{n3} = u_6$

$u_2 = u_{n1} - u_{n2}$

$u_3 = u_{n2} - u_{n3}$

$u_4 = u_{n3} - u_{n1}$

$$\sum_{k=1}^{6} u_k i_k = u_1 i_1 + u_2 i_2 + u_3 i_3 + u_4 i_4 + u_5 i_5 + u_6 i_6$$



把支路电压换成结点电压

- 证明：用结点电压表示各支路电压：

$$u_{n1} = u_1,$$
$$u_{n2} = u_5$$
$$u_{n3} = u_6$$
$$u_2 = u_{n1} - u_{n2}$$
$$u_3 = u_{n2} - u_{n3}$$
$$u_4 = u_{n3} - u_{n1}$$

$$= u_{n1} i_1 + (u_{n1} - u_{n2}) i_2 + (u_{n2} - u_{n3}) i_3 + (u_{n3} - u_{n1}) i_4 + u_{n2} i_5 + u_{n3} i_6$$

$$= u_{n1} \underbrace{(i_1 + i_2 - i_4)}_{①} + u_{n2} \underbrace{(-i_2 + i_3 + i_5)}_{②} + u_{n3} \underbrace{(-i_3 + i_4 + i_6)}_{③} = 0$$

$$\sum_{k=1}^{b} u_k i_k = 0$$

u_k与i_k的参考方向关联：$+u_k i_k$

u_k与i_k的参考方向非关联：$-u_k i_k$

定理1表明：对任何一个电路，全部支路吸收的功率之和恒等于零。

- 或者说，发出的功率等于吸收的功率。也称功率守恒定理或功率定理(power theorem)。
- 定理1对支路内容没有任何限制。

对任何由线性、非线性、时变、时不变元件组成的集总电路都适用。

- 定理2

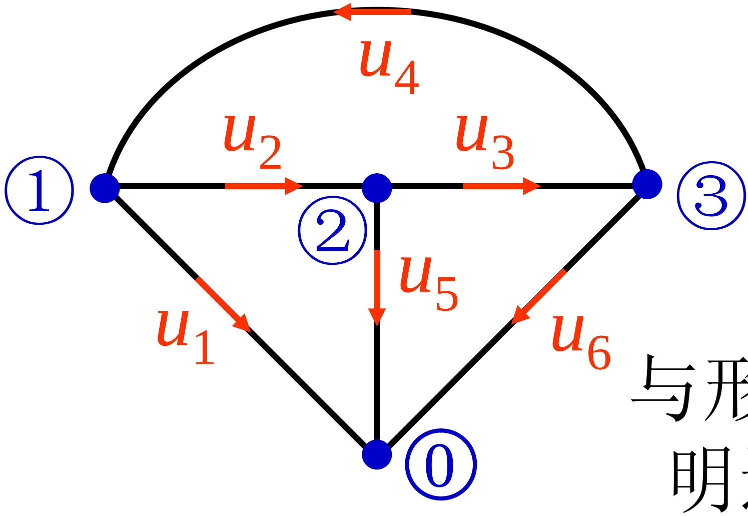
如果有两个具有n个结点和b条支路的电路，它们具有相同的图，但由内容不同的支路构成。假设各支路电流和支路电压取关联参考方向，并分别用 $(i_1, i_2, \cdots, i_b)$、$(u_1, u_2, \cdots, u_b)$

和 $(\hat{i}_1, \hat{i}_2, \cdots, \hat{i}_b)$、$(\hat{u}_1, \hat{u}_2, \cdots, \hat{u}_b)$

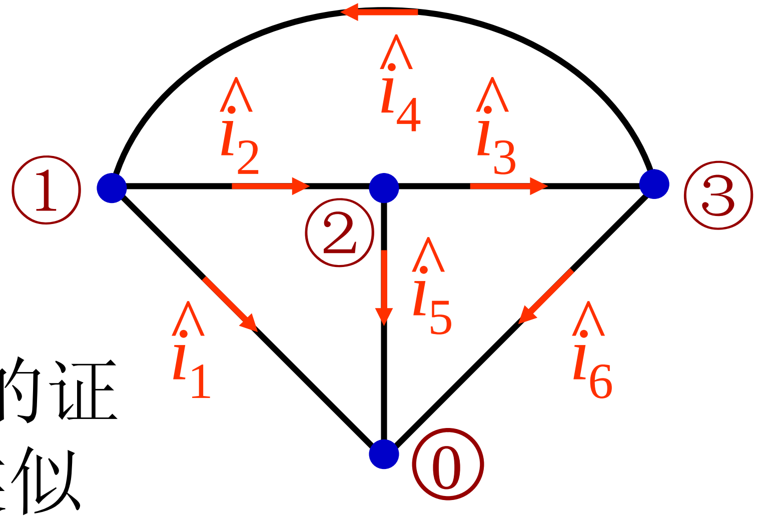
表示两电路中b条支路的电流和电压。

则在任何时间t，有

$$\sum_{k=1}^{b} \hat{u}_k i_k = 0 \qquad \sum_{k=1}^{b} u_k \hat{i}_k = 0$$



与形式 I 的证明过程类似



$$\sum_{k=1}^{6} u_k \hat{i}_k = u_1\hat{i}_1 + u_2\hat{i}_2 + u_3\hat{i}_3 + u_4\hat{i}_4 + u_5\hat{i}_5 + u_6\hat{i}_6$$

用结点电压表示各支路电压，并代入整理：

$$= u_{n1}\underbrace{(\hat{i}_1+\hat{i}_2-\hat{i}_4)}_{①} + u_{n2}\underbrace{(-\hat{i}_2+\hat{i}_3-\hat{i}_5)}_{②} + u_{n2}\underbrace{(-\hat{i}_3+\hat{i}_4-\hat{i}_6)}_{③} = 0$$

同理可证 $\sum_{k=1}^{6} \hat{u}_k i_k = 0$

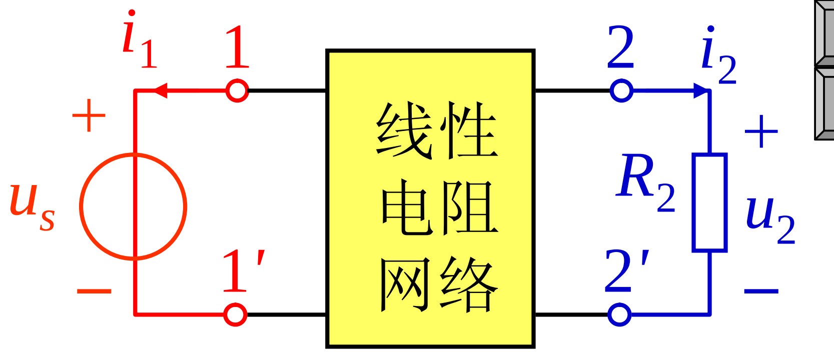
$$\sum_{k=1}^{b} \hat{u}_k i_k = 0 \qquad \sum_{k=1}^{b} u_k \hat{i}_k = 0 \longrightarrow \text{取法相似}$$

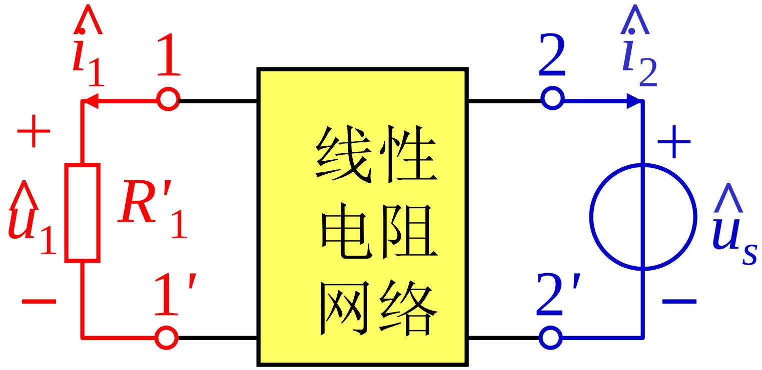
当两个电路以同一个有向图作参考，$\hat{u}_k$和 i_k 的参考方向与有向图对应支路方向都相同或都相反时，则取 "$+\hat{u}_k i_k$"，否则取 "$-\hat{u}_k i_k$"。

- 两式都有功率的量纲，具有功率守恒的形式，
- 或者说，类似于功率守恒定理，故称似功率守恒定理(quasi-power theorem)。
- 定理2有广泛的适用性，能巧妙地用来解决一些电路问题。

定理2的用法

右图的线性电阻网络有两种不同的外部条件。根据特勒根定理2有：





$$u_s\hat{i}_1 + u\,\hat{i}_2 + \sum_{k=3}^{b} u_k\hat{i}_k = 0$$

$$\hat{u}\, i_1 + \hat{u}_s i_2 + \sum_{k=3}^{b} \hat{u}_k i_k = 0$$

第3～b项是网络内各支路电阻上的电压与电流，显然

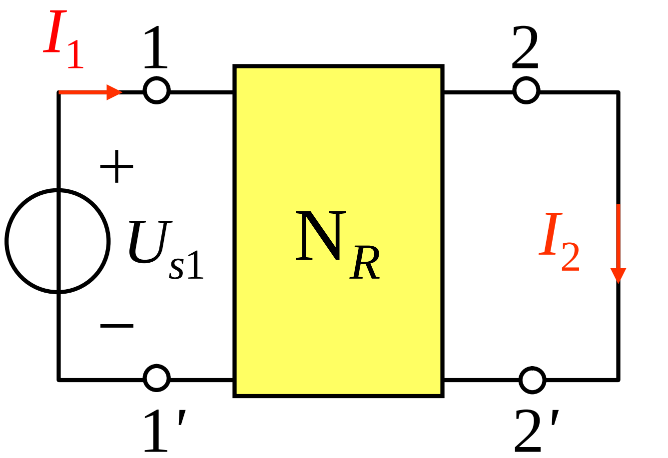
$u_k=R_k i_k$，　$\hat{u}_k=R_k\hat{i}_k$

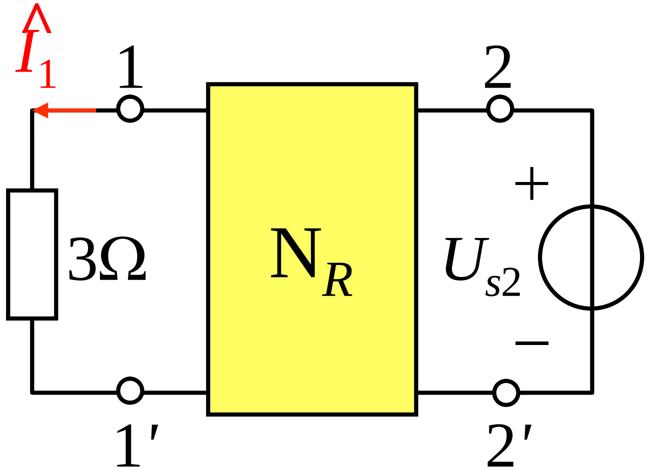
$$\sum_{k=3}^{b} R_k i_k\hat{i}_k = \sum_{k=3}^{b} R_k\hat{i}_k i_k$$

将两式相减并整理得：

$$u_s\hat{i}_1 + u_2\hat{i}_2 = \hat{u}_1 i_1 + \hat{u}_s i_2$$

补充：应用举例





图中N_R为无源电阻网络，当U_{s1}=20V时，测得I_1=10A，I_2=2A；若有U_{s2}接在2−2′端钮处，3Ω电阻接在1−1′端钮处，并测得$\hat{I}_1$= 4A。问U_{s2}=?

解：N_R为无源电阻网络，只是具有不同的外部条件。

由定理2得：

$$U_{s1}\hat{I}_1 + 0\times I_2 = U_{s2} I_2 - (3\hat{I}_1) I_1$$

$$20\times 4 = 2U_{s2} - 3\times 4\times 10$$

$$U_{s2} = 100\text{V}$$

§4-6 互易定理

1.引言　在讨论回路电流法和结点电压法时曾经发现：若电路中只含独立电源和线性电阻，

则有 $R_{ik}=R_{ki}$，$G_{ik}=G_{ki}$，即两相邻回路间或是两相邻结点间的相互影响分别相同。

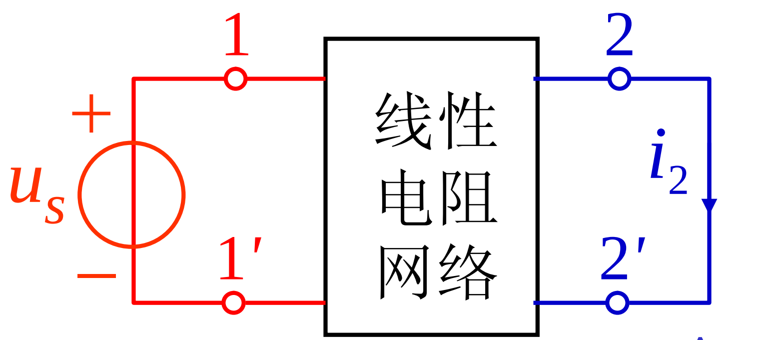
这一现象说明，此类线性电路有一个重要性质 —互易性(reciprocity)。

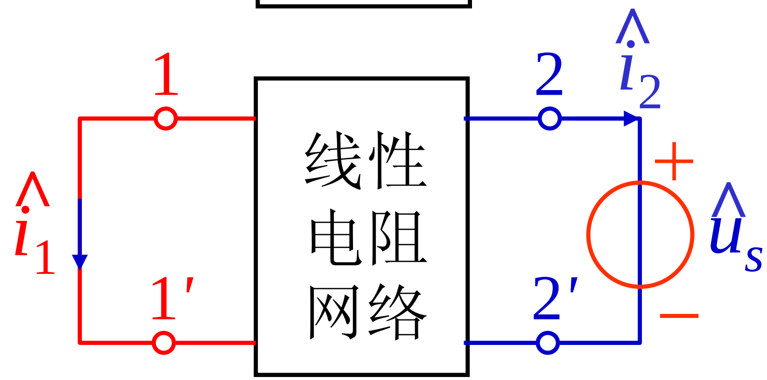
2.互易定理的表述

一个仅含线性电阻的网络，在只有唯一一个独立电源激励的情况下，把激励与响应互换位置，响应与激励的比值保持不变。

3. 互易定理的三种形式

图中电阻网络有不同的外部条件，根据特勒根定理2有





$$u_s\,\hat{i}_1 + u_2\,\hat{i}_2 = \hat{u}_1\,i_1 + \hat{u}_s\,i_2$$

当 $R'_1 = R_2 = 0$ 时，

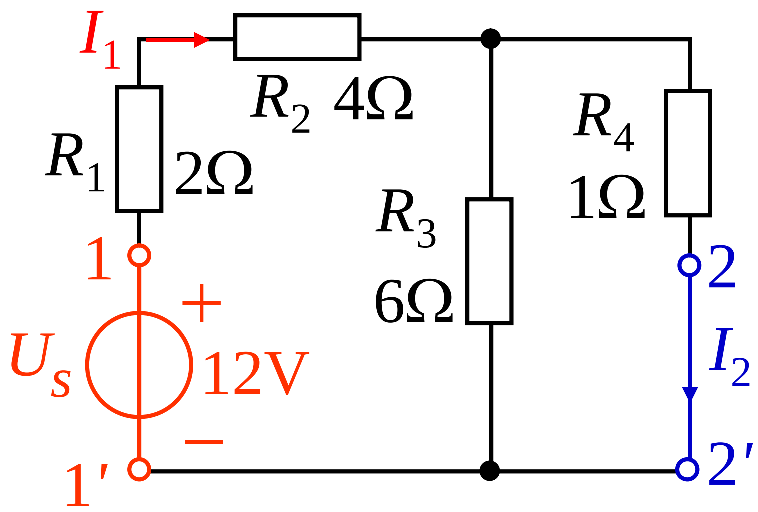
$u_2 = 0$， $\hat{u}_1 = 0$

形式①
$$\frac{i_2}{u_s} = \frac{\hat{i}_1}{\hat{u}_s}$$

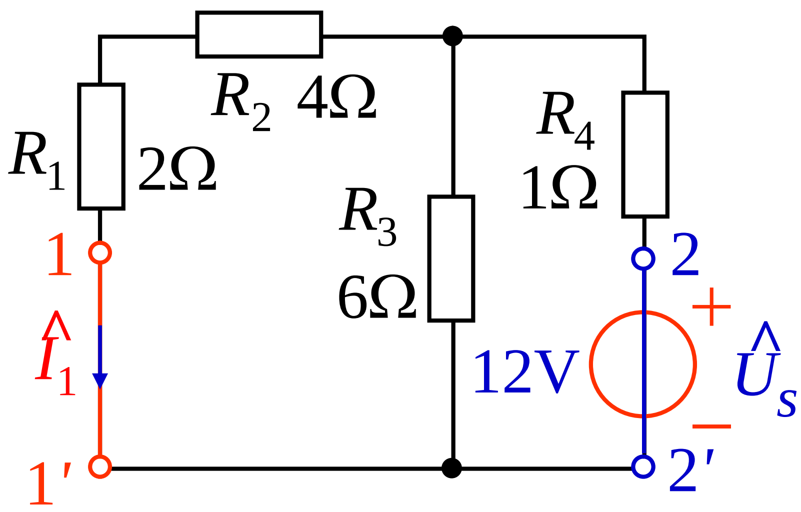
若 $u_s = \hat{u}_s$ 则 $i_2 = \hat{i}_1$

即：把激励与响应互换位置后，若激励不变，则响应也不变。

例：求下图的I_2



用一下互易定理：



直接求解：

$$I_1 = \frac{12}{4+2+\dfrac{6\times 1}{6+1}} = \frac{12}{\dfrac{48}{7}} = \frac{7}{4}\text{A}$$

$$I_2 = \frac{6}{6+1}\,\frac{7}{4} = 1.5\text{A}$$

因 $\hat{U}_s = U_s = 12\text{V}$

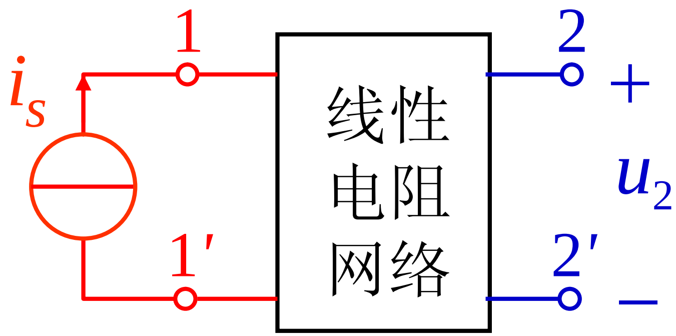
故 $I_2 = \hat{I}_1$

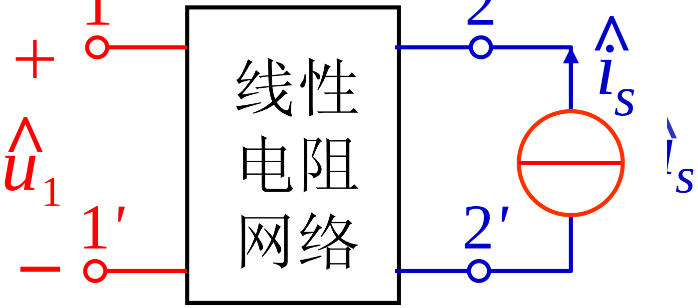
$R_1 + R_2 = 6\Omega = R_3$

$$I_2 = \hat{I}_1 = \frac{12}{\dfrac{6}{2}+1}\,\frac{1}{2} = 1.5\text{A}$$

形式②

- 在形式①的基础上，把电压源换成电流源、短路电流换成开路电压就是形式② 。





- 由特勒根定理2可得：

$$-i_s \hat{u}_1 + 0 = -u_2 \hat{i}_s + 0$$

$$\frac{u_2}{i_s} = \frac{\hat{u}_1}{\hat{i}_s} \Rightarrow$$

若 $i_s = \hat{i}_s$

则 $u_2 = \hat{u}_1$

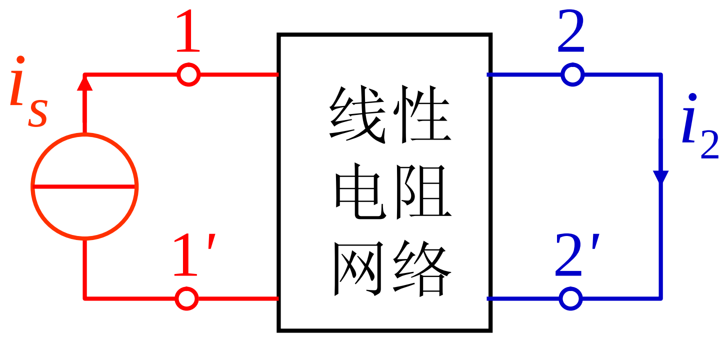
应补充例题

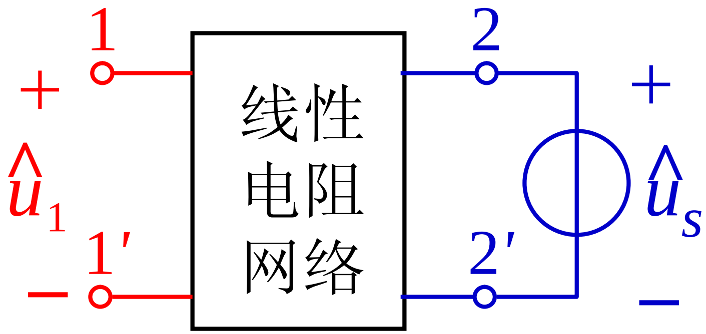
形式③

由特勒根定理2可得：

$$-i_s\hat{u}_1 + i_2\hat{u}_s = 0 + 0$$

$$\frac{i_2}{i_s} = \frac{\hat{u}_1}{\hat{u}_s}$$



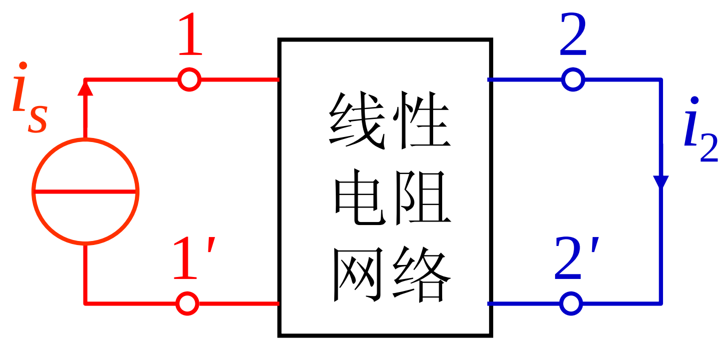


若在数值上有 $i_s = \hat{u}_s$

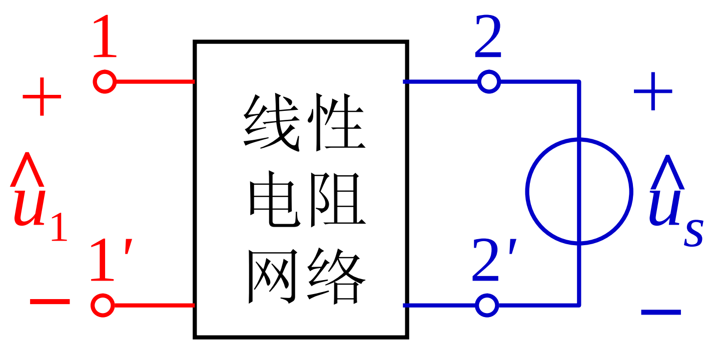
则 $i_2 = \hat{u}_1$

应用互易定理注意以下几点

1. 互易前后应保持网络的拓扑结构及参数不变；
   仅激励源搬移，若有内阻应保留在原来支路中。



2. 互易前后注意电压(源) 与电流(源)的参考方向。

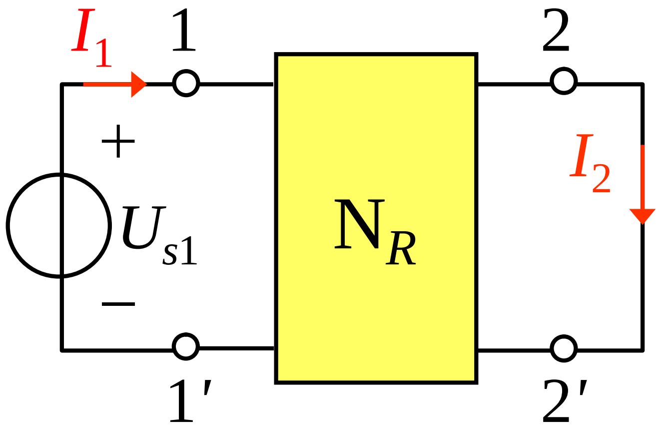


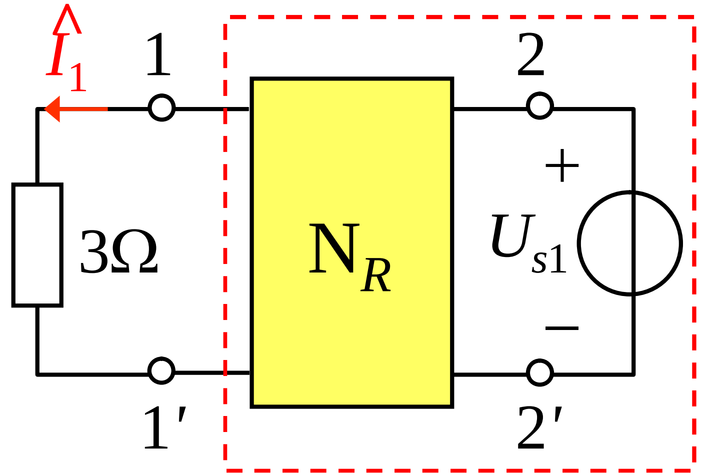
3. 只适用于一个独立电源作用，且不含受控源的线性网络。

形式③ $\dfrac{i_2}{i_S} = \dfrac{\hat{u}_1}{\hat{u}_S}$

补充例题

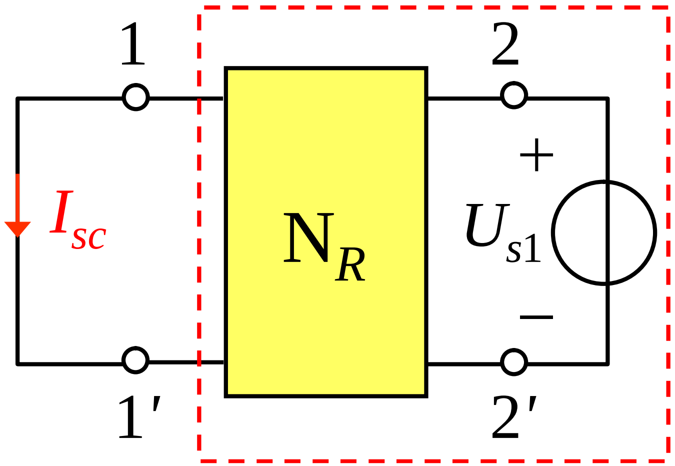
N_R为无源电阻网络，U_{s1}=20V，I_1=10A，I_2=2A。若将U_{s1}接在2−2'端钮处，并在1−1'端钮处接3Ω电阻，问 $\hat{I}_1$ =?





解：用诺顿定理

先求短路电流

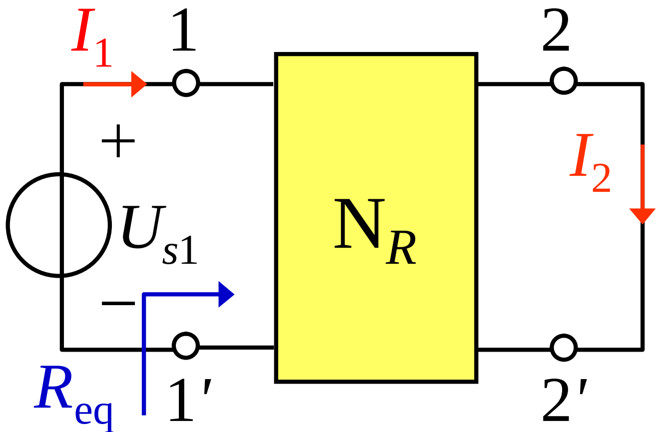


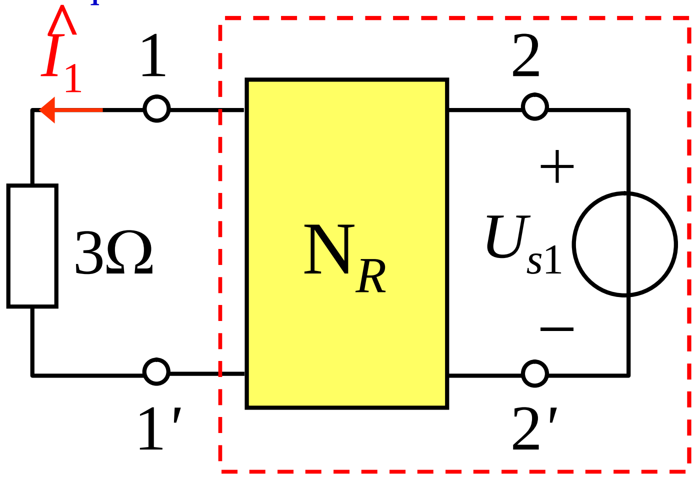
由互易定理形式①

可知：$I_{sc}=I_2=2\text{A}$

补充例题

N_R为无源电阻网络，U_{s1}=20V，I_1=10A，I_2=2A。若将U_{s1}接在2−2'端钮处，并在1−1'端钮处接3Ω电阻，问 $\hat{I}_1$=？



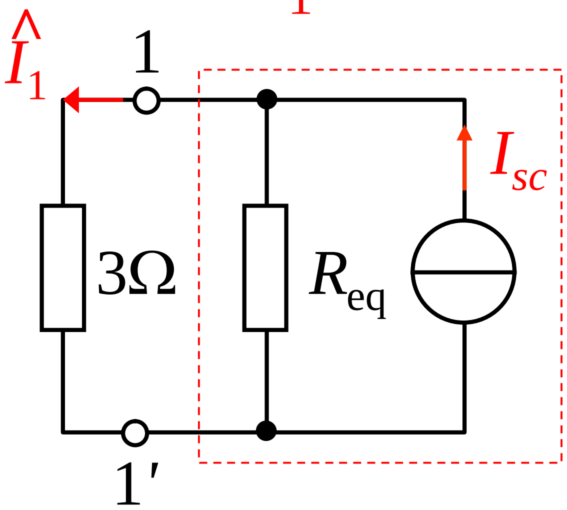


由互易定理形式①

可知：$I_{sc}=I_2=2\text{A}$

再求输入电阻R_{eq}

$$R_{eq}=\frac{U_{s1}}{I_1}=\frac{20}{10}=2\Omega$$



$$\hat{I}_1=\frac{2}{3+2}\times 2$$

$$=0.8\text{A}$$

§ 4–7 对偶原理

- 电路中一些变量、名词之间具有“地位”相同而性质“相反”的特性，这些变量、名词称为对偶元素。

常见的对偶元素

N	R	L	u_s	VCCS	串联	开路	回路	KVL	戴维宁	· · ·
$\overline{\mathrm{N}}$	G	C	i_s	CCVS	并联	短路	结点	KCL	诺顿	· · ·

电路元件　　电路结构　　电路定律、定理

将一个电路N的元素，改换成对偶元素，所形成的电路 $\overline{\mathrm{N}}$，称为N的对偶电路。

<u>对偶关系</u>：将电路中某一关系式中的元素全部改换成对偶元素而得到的新关系式称为原关系式的对偶关系式。

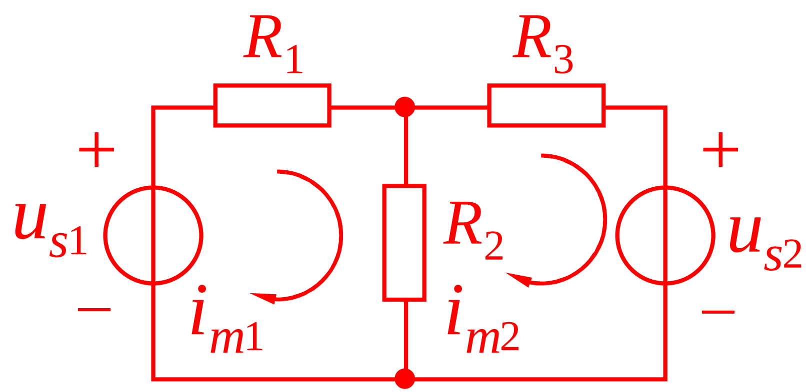
串联电路与并联电路

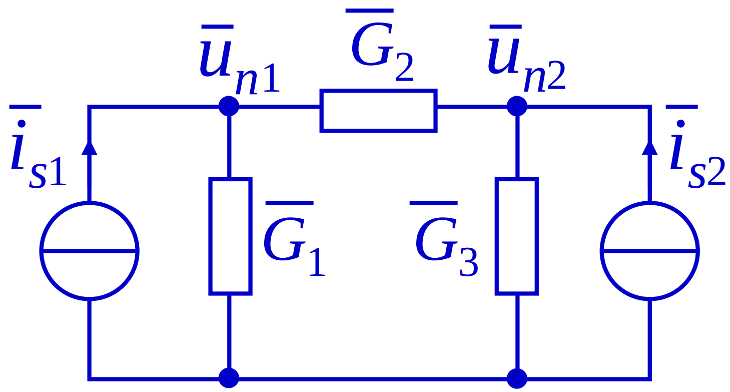
$$\left.\begin{aligned} R &= \sum_{k=1}^{n} R_k \\ i &= \frac{u}{R} \\ u_k &= \frac{R_k}{R}u \end{aligned}\right\} \qquad \left\{\begin{aligned} G &= \sum_{k=1}^{n} G_k \\ u &= \frac{i}{G} \\ i_k &= \frac{G_k}{G}i \end{aligned}\right.$$

对偶原理：电路中若某一关系式成立，
那么其对偶关系式也一定成立。

- 例如 n个网孔的电流方程 与 n个结点的电压方程之间就是互为对偶的关系式。

互为对偶的电路及其方程





$$(R_1+R_2)\, i_{m1} - R_2\, i_{m2} = u_{s1}$$
$$-R_2\, i_{m1} + (R_2+R_3)\, i_{m2} = u_{s2}$$

$$(\bar{G}_1+\bar{G}_2)\, \bar{u}_{n1} - \bar{G}_2\, \bar{u}_{n2} = \bar{i}_{s1}$$
$$-\bar{G}_2\, \bar{u}_{n1} + (\bar{G}_2+\bar{G}_3)\, \bar{u}_{n2} = \bar{i}_{s2}$$

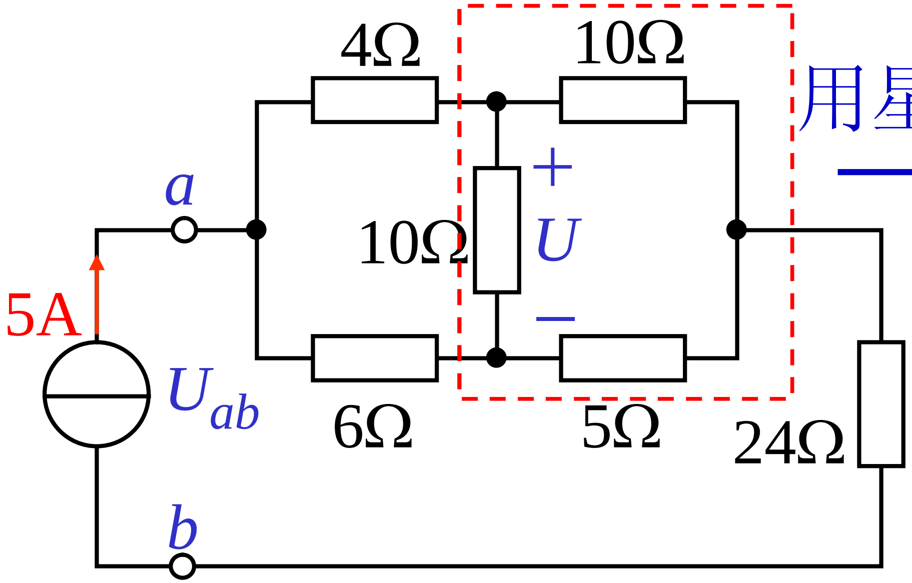
利用对偶原理

- 若已知原电路的方程及其解答，则能直接写出对偶电路的方程及解答。
- 使原有电路的计算方法及公式的记忆工作减少一半。
- 注意：
  对偶原理仅适用于平面电路；
  对偶并非等效！

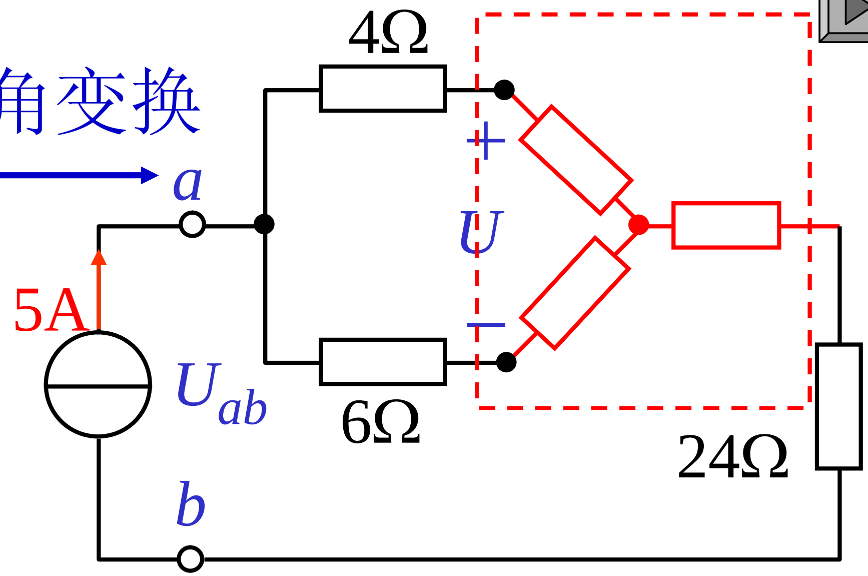
一个电路N，对偶电路为$\overline{N}$ ，
并不是指N与$\overline{N}$等效。

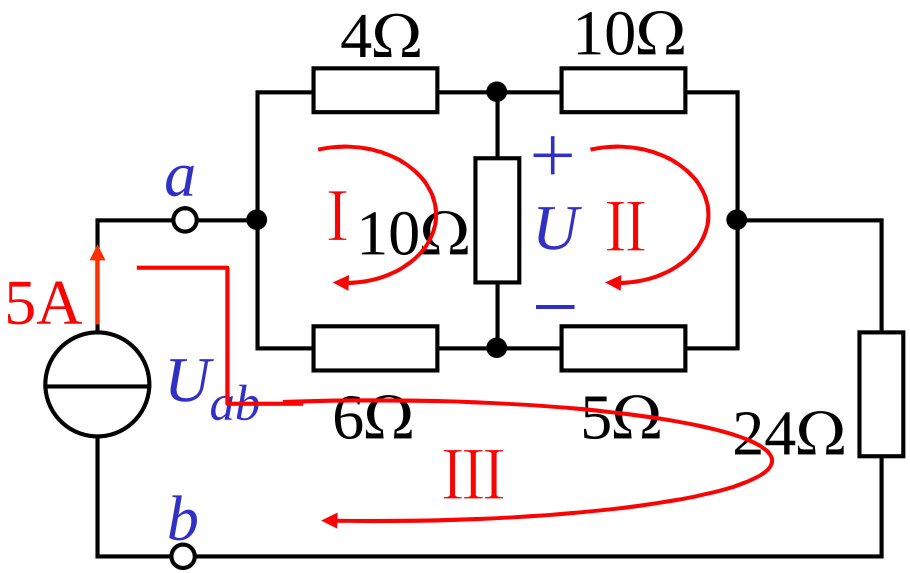
The end

求图示电路的U 和 U_{ab} (与教材P49 题2-8类似)。



用星角变换



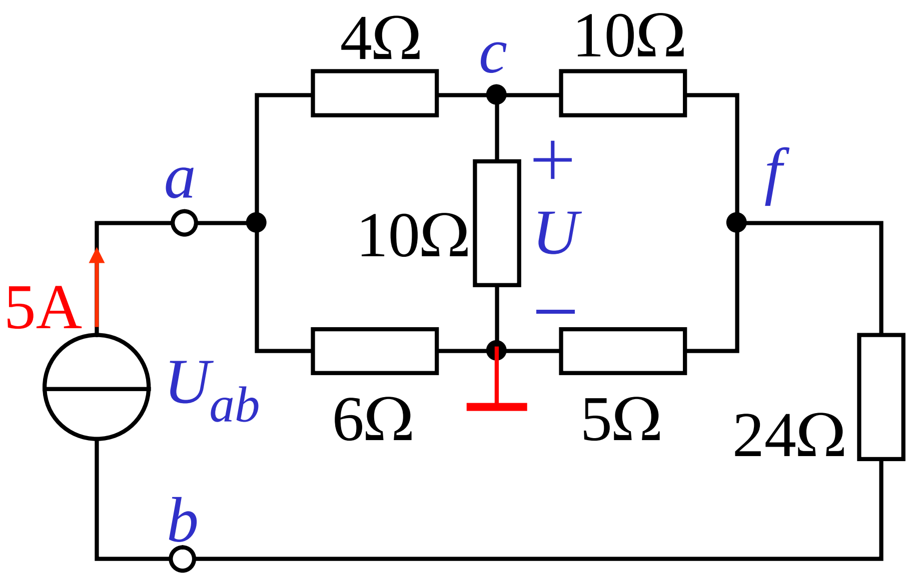


用网孔法或回路法。

$$U = 10\,(I_{\mathrm{I}} - I_{\mathrm{II}})$$

$$U_{ab} = 4I_{\mathrm{I}} + 10\,I_{\mathrm{II}} + 24\times 5$$

用结点法



$$\begin{cases}\left(\frac{1}{4}+\frac{1}{6}\right)U_a-\frac{1}{4}U_c=5\\ -\frac{1}{4}U_a+\left(\frac{1}{4}+\frac{1}{10}+\frac{1}{10}\right)U_c-\frac{1}{10}U_f=0\\ -\frac{1}{10}U_c+\left(\frac{1}{5}+\frac{1}{10}\right)U_f=-5\end{cases}$$

解之得：

U_a=15V，　U_c=5V，

U_f= −15V。

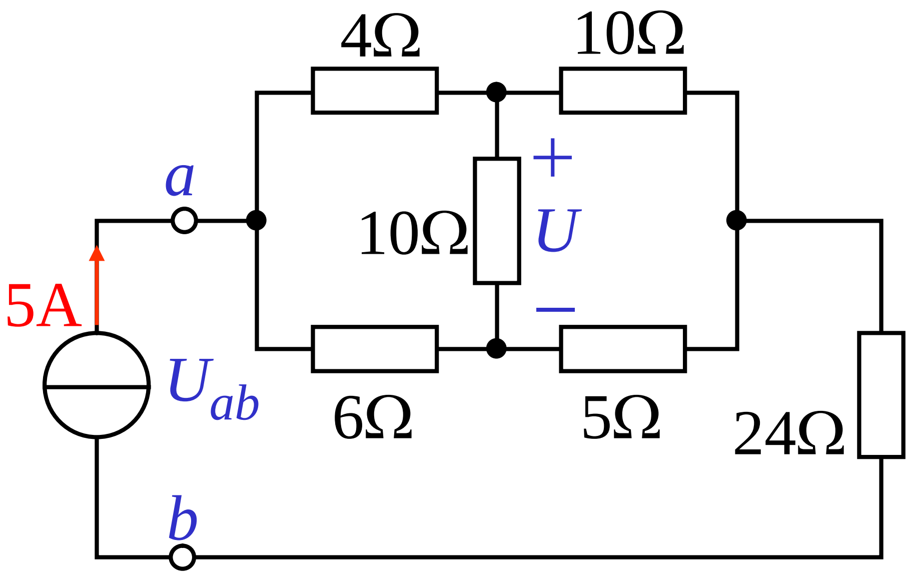
$$U_{ab}=(U_a-U_c)+(U_c-U_f)+24\times5$$

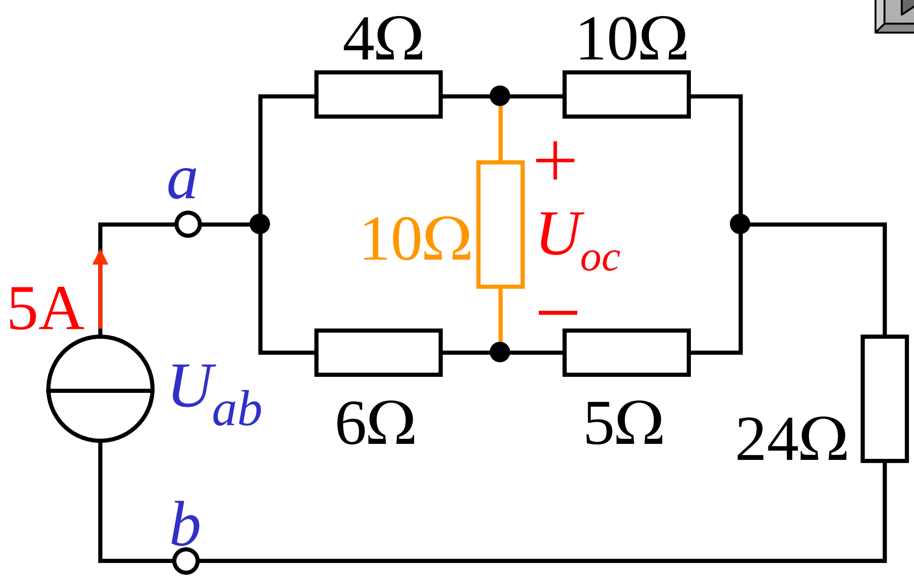
$$=U_a-U_f+24\times5$$

$$=150\ (\text{V})$$

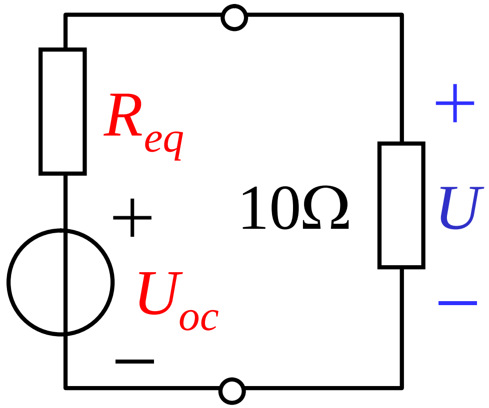
解方程的过程较麻烦。

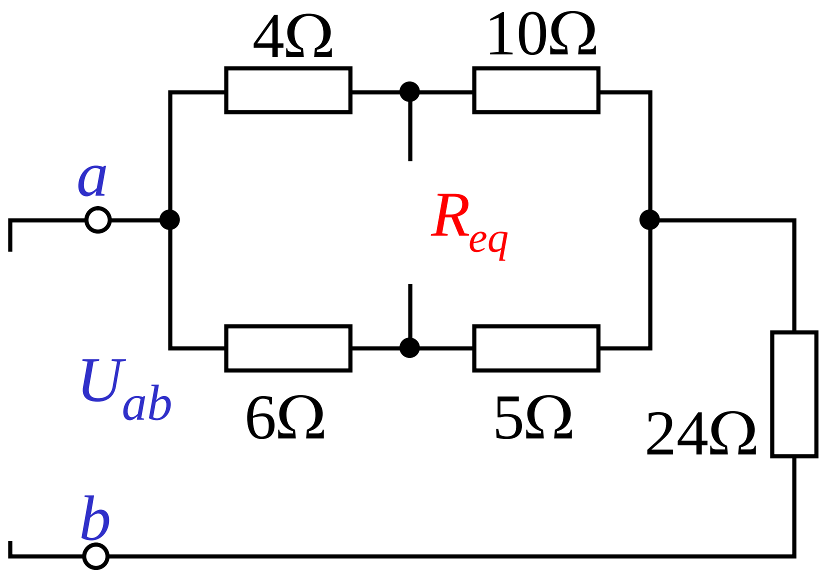
求图示电路的U和 U_{ab} (与教材P49 题2-8类似)。



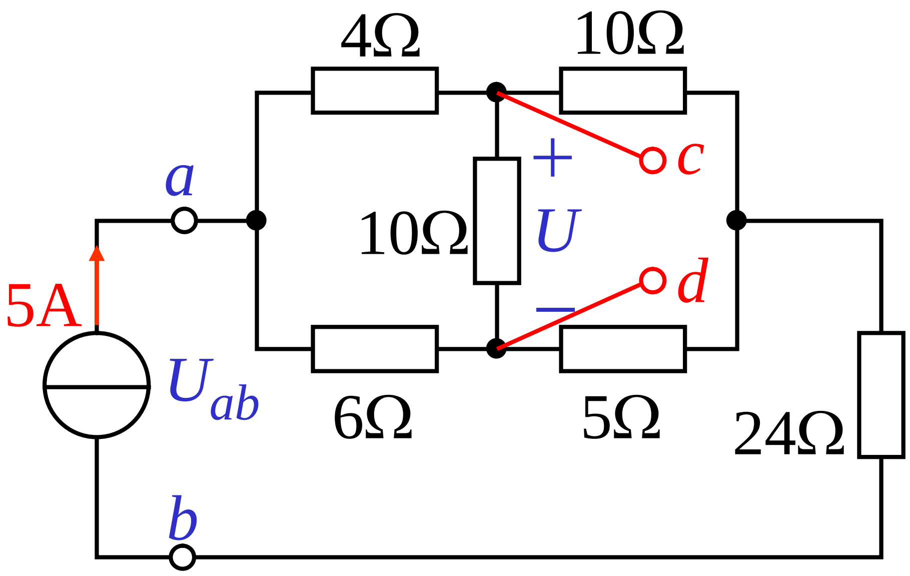


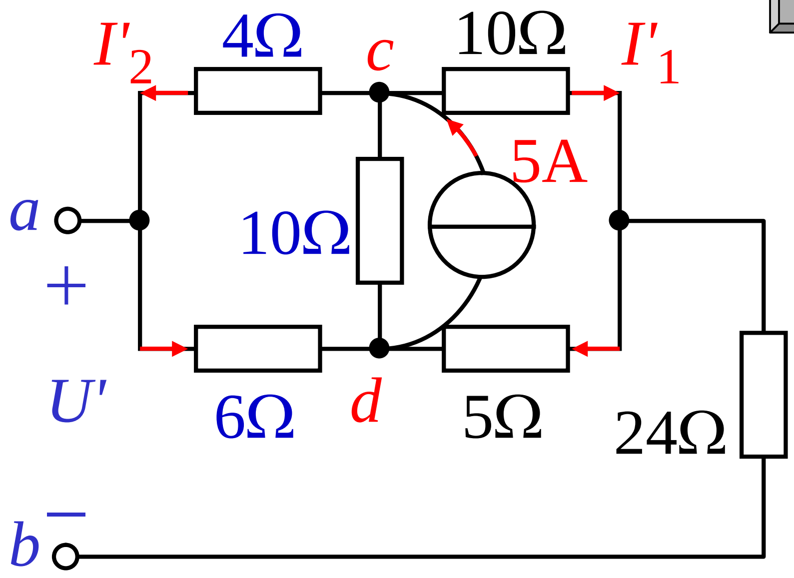
用戴维宁定理(诺顿定理)





求图示电路的U 和 U_{ab} (与教材P49 题2−8类似)。





U是c、d之间的开路电压，用互易定理形式②求U:

$$I'_1=\frac{5\times5}{(10+5)+5}=\frac{2.5}{2}\text{ A}$$

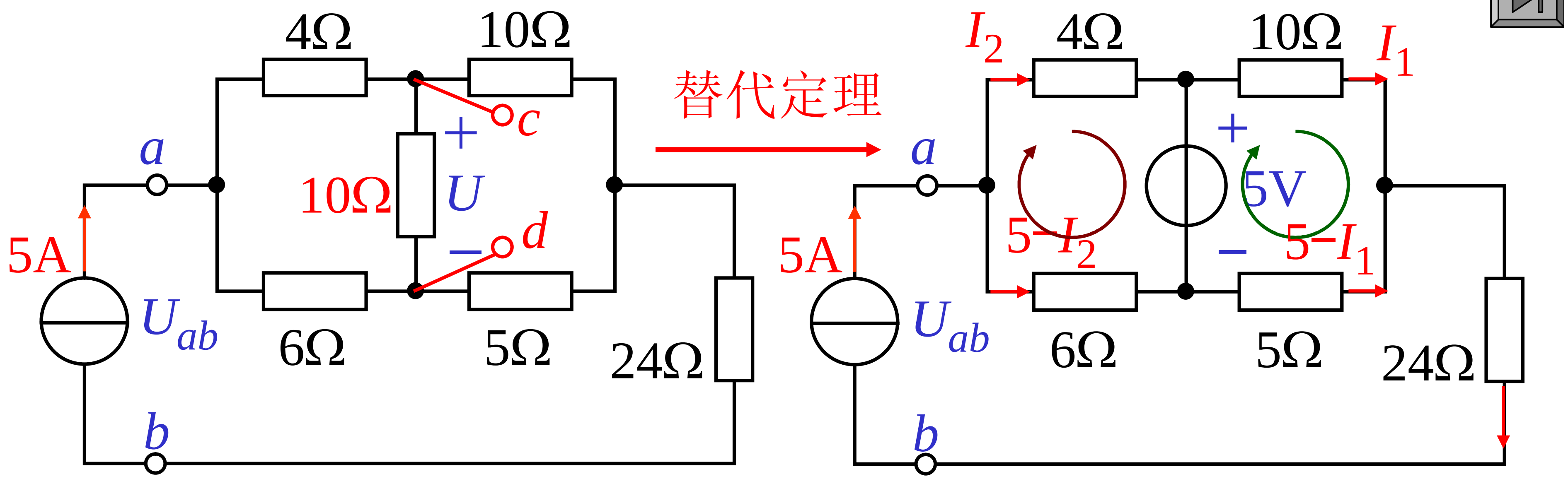
$$I'_2=\frac{5-1.25}{2}=\frac{3.75}{2}\text{ A}$$

$$U'=-\frac{3.75}{2}\times4+\frac{2.5}{2}\times10$$

$$=-7.5+12.5=5\text{V}$$

$$U=U'=5\text{V}$$

求图示电路的U 和 U_{ab} (与教材P49 题2−8类似)。



为求U_{ab}，先用5V电压源替代10Ω电阻

由 $4I_2-6(5-I_2)=-5$

得 I_2=2.5A

由 $10I_1-5(5-I_1)=5$

得 I_1=2A

U_{ab}= $4I_2+10I_1+24\times5$

=10+20+120=150V

此法练习了互易定理和替代定理。