第3章 电路的暂态分析

3.1 暂态过程的产生和初始值的确定

3.2 一阶电路的零输入响应

3.3 一阶电路的零状态响应

3.4 一阶电路的全响应

3.5 一阶线性电路暂态分析的三要素法

第3章 电路的暂态分析

本章要求：

1. 熟练掌握换路定则及初始值的求法；

2. 掌握电路的暂态和稳态、零输入响应、零状态响应、全响应的概念，以及时间常数的物理意义；

3.熟练掌握一阶线性电路分析的三要素法；

4.了解微分方程的概念和建立 。

第3章 电路的暂态分析

稳定状态：

在指定条件下电路中电压、电流已达到稳定值。

暂态过程：

电路从一种稳态变化到另一种稳态的过渡过程。

研究暂态过程的实际意义

1. 利用电路暂态过程产生特定波形的电信号

如锯齿波、三角波、尖脉冲等，应用于电子电路。

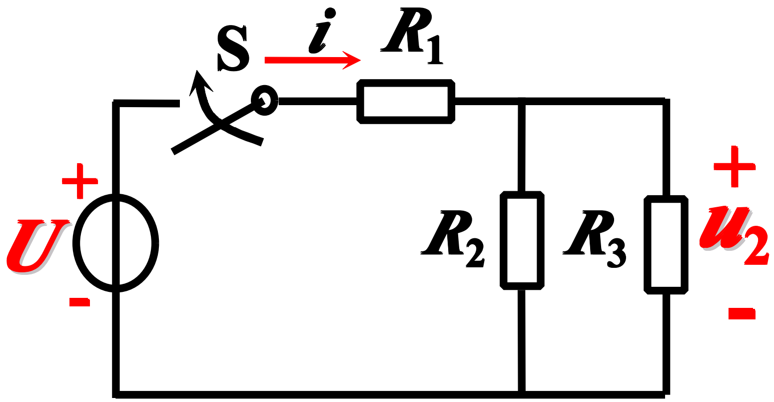
2. 控制、预防可能产生的危害

暂态过程开始的瞬间可能产生过电压、过电流使电气设备或元件损坏。

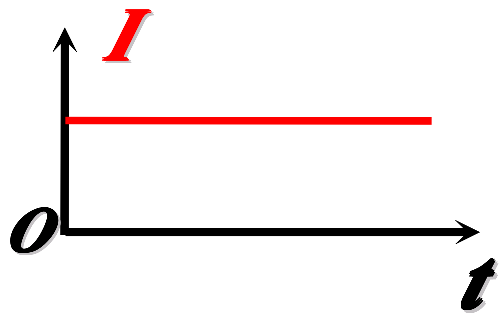
3.1 暂态过程的产生和初始值的确定

3.1.1 电路中产生暂态过程的原因

例：



(a)

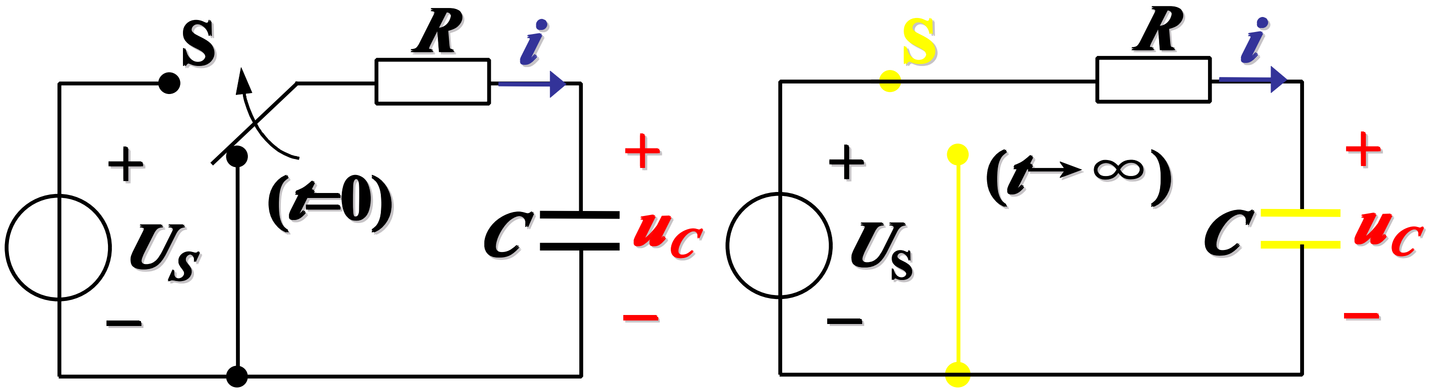


图(a)：合S前： $i = 0 \quad u_{R1} = u_{R2} = u_{R3} = 0$

合S后： 电流 i 随电压 u 比例变化。

所以电阻电路不存在暂态过程 (R耗能元件)。

例：电容电路



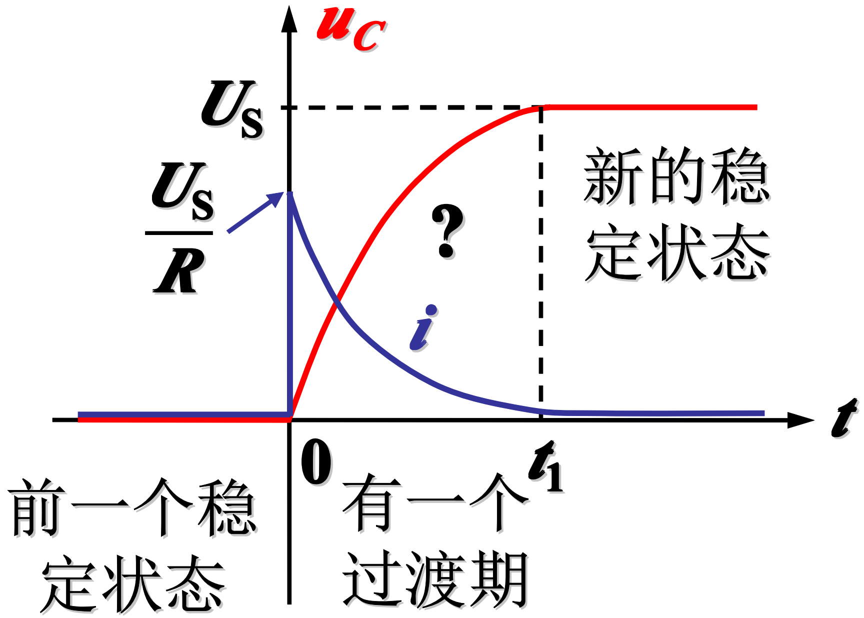
新稳定状态等效电路

S未动作前，电路处于稳定状态：

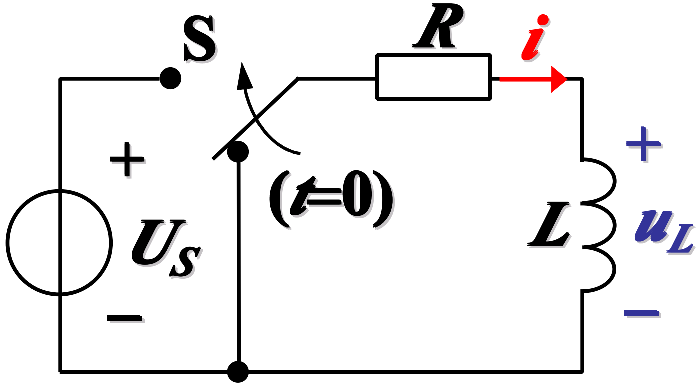
$i=0\,,\ u_C=0$。

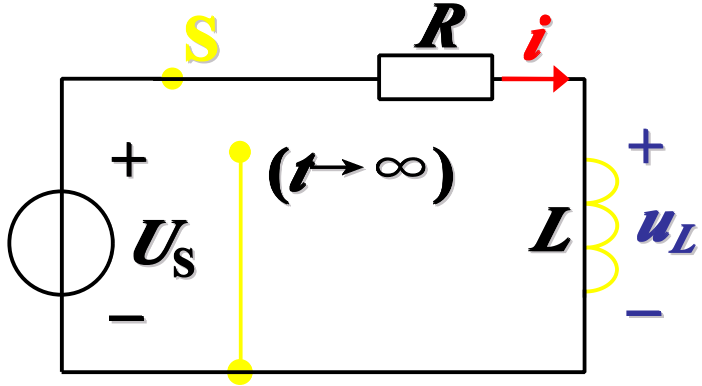
S 接通电源后很长时间，电容充电完毕，电路达到新的稳定状态：

$i=0\,,\ u_C=U_S$。



例：电感电路



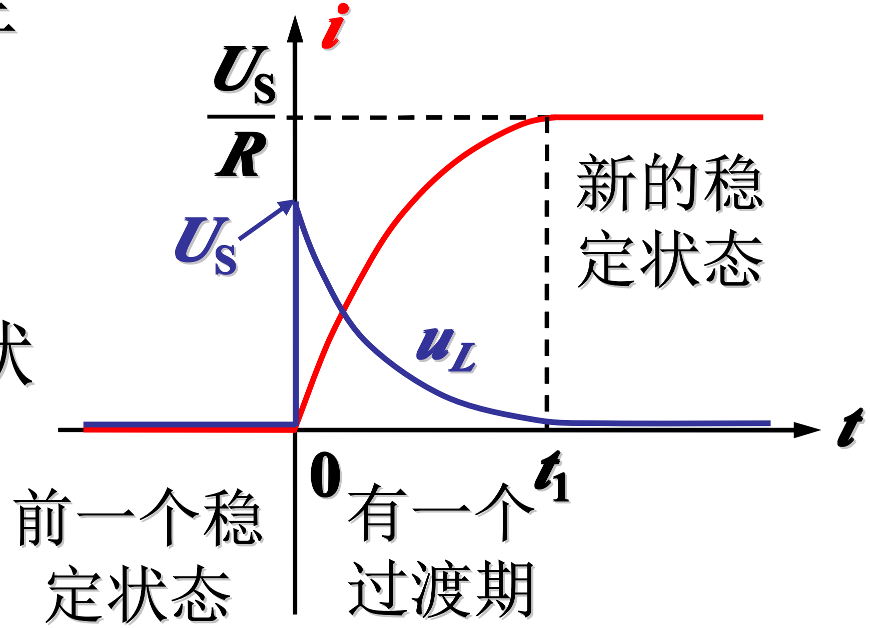


新稳定状态等效电路

S未动作前，电路处于稳定状态：$i=0$，$u_L=0$。

S 接通电源后很长时间，电路达到新的稳定状态，电感视为短路：

$$u_L=0\ ,\ i=\frac{U_S}{R}$$



产生暂态过程的必要条件：

(1) 电路中含有储能元件 (内因)

(2) 电路发生换路 (外因)

换路： 电路状态的改变。如：

电路接通、切断、 短路、电压改变或参数改变

若 u_C 发生突变，

则 $i_C = \dfrac{du_C}{dt} \Rightarrow \infty$

一般电路不可能！

产生暂态过程的原因：

由于物体所具有的能量不能跃变而造成

在换路瞬间储能元件的能量也不能跃变

C 储能： $W_C = \dfrac{1}{2} C u_C^2$ $\therefore$ u_C 不能突变

L 储能： $W_L = \dfrac{1}{2} L i_L^2$ $\therefore$ i_L 不能突变

3.1.2 换路定则

设：t=0 — 表示换路瞬间 (定为计时起点)

t=0_-— 表示换路前的终了瞬间（旧电路，稳态）

t=0_+—表示换路后的初始瞬间（新电路，暂态）

t=∞—表示换路后很长时间（新电路，稳态值）

电感电路： $i_L(0_+) = i_L(0_-)$

电容电路： $u_C(0_+) = u_C(0_-)$

注：换路定则仅用于换路瞬间来确定暂态过程中 u_C、 i_L初始值。

3.1.3 初始值的确定

初始值：电路中各 u、i 在 $t=0_+$ 时的数值。

求解要点：

(1) $u_C(0_+)$、$i_L(0_+)$ 的求法。

1) 先由 $t=0_-$ 的电路求出 $u_C(0_-)$、$i_L(0_-)$；

2) 根据换路定律求出 $u_C(0_+)$、$i_L(0_+)$。

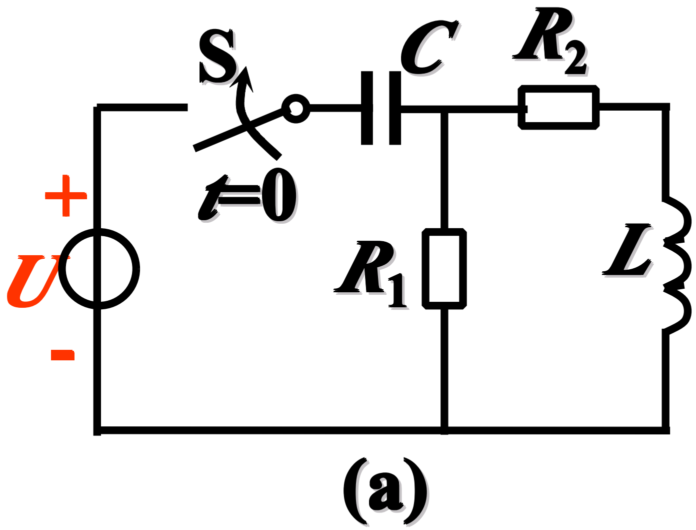
(2)其它物理量初始值的求法。

1) 由 $t=0_+$ 的电路求其它电量的初始值；

2) 在 $t=0_+$ 时的电压方程中 $u_C=u_C(0_+)$，用电压源代替；

$t=0_+$ 时的电流方程中 $i_L=i_L(0_+)$，用电流源代替。

例1. 暂态过程初始值的确定



已知：换路前电路处稳态，C、L 均未储能。试求：电路中各电压和电流的初始值。

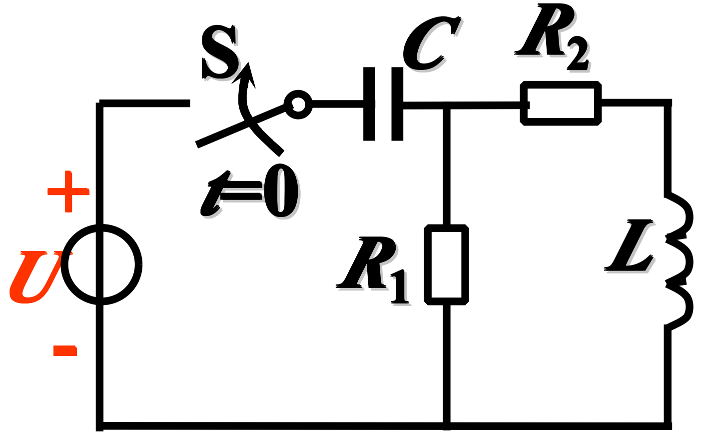
解：(1)由换路前电路求 $u_C(0_-)$, $i_L(0_-)$

由已知条件知 $u_C(0_-)=0$, $i_L(0_-)=0$

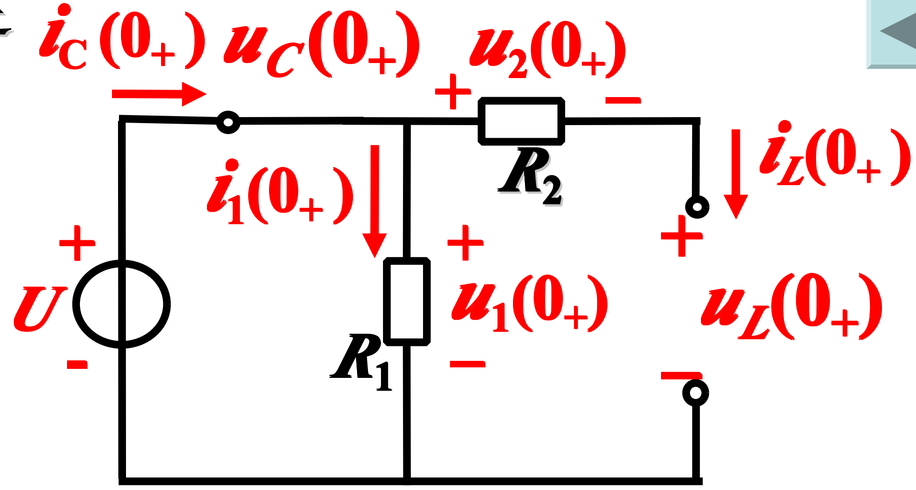
根据换路定则得： $u_C(0_+)=u_C(0_-)=0$

$$i_L(0_+)=i_L(0_-)=0$$

例1: 暂态过程初始值的确定



(a)



(b) $t = 0+$等效电路

(2) 由t=0_+电路，求其余各电流、电压的初始值

$u_C(0\_) = 0$，换路瞬间，电容元件可视为短路。

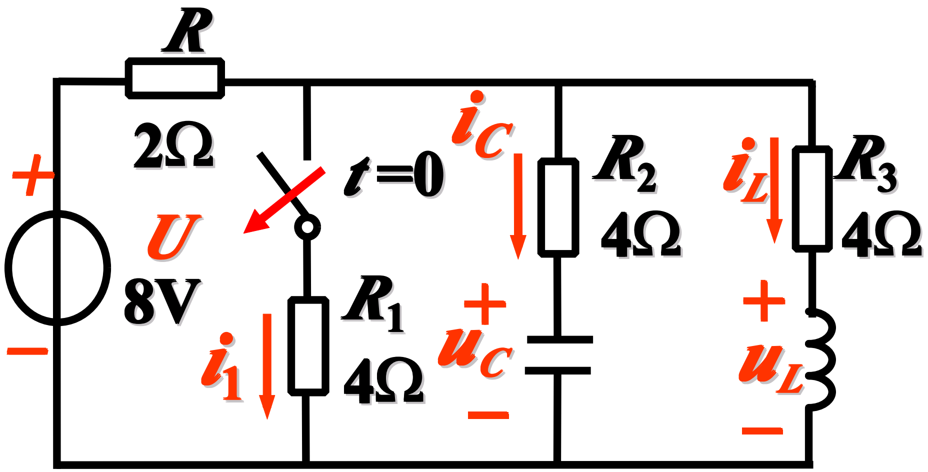
$i_L(0\_) = 0$，换路瞬间，电感元件可视为开路。

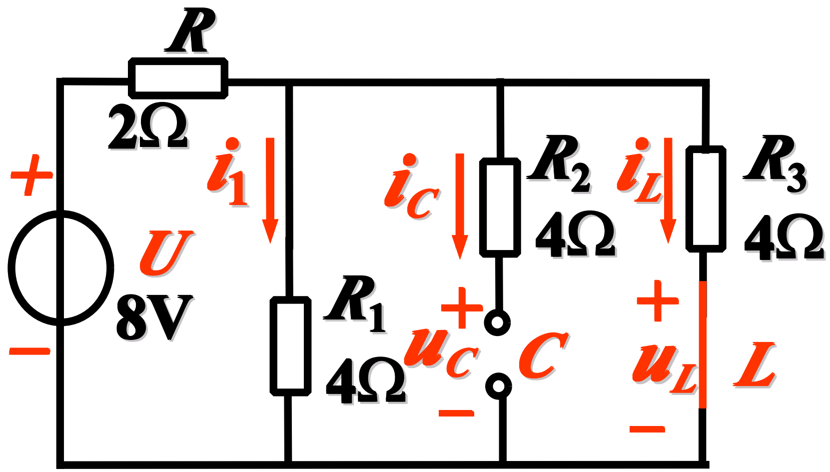
i_C、u_L产生突变

$$i_C(0_+) = i_1(0_+) = \frac{U}{R} \qquad (i_C(0\_) = 0)$$

$$u_L(0_+) = u_1(0_+) = U \qquad (u_L(0\_) = 0) \qquad u_2(0_+) = 0$$

例2： 换路前电路处于稳态。
试求图示电路中各个电压和电流的初始值。





$t=0_-$等效电路

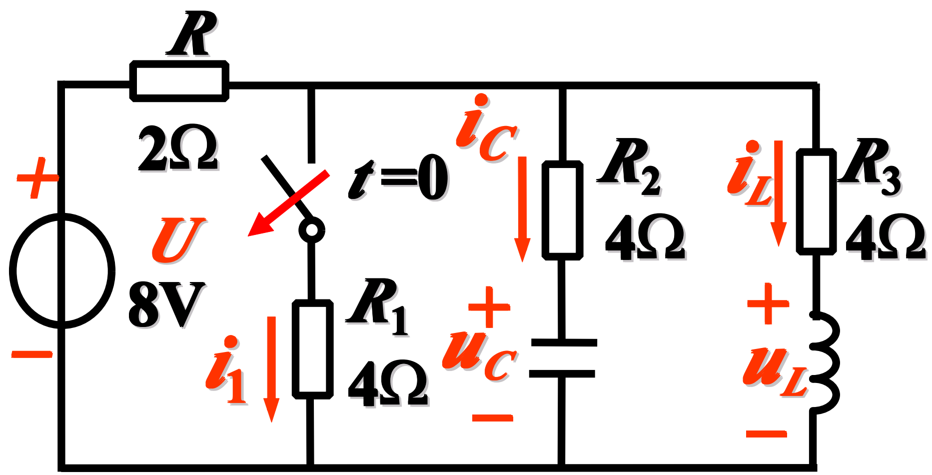
解：(1) 由$t=0_-$电路求 $u_C(0_-)$、$i_L(0_-)$

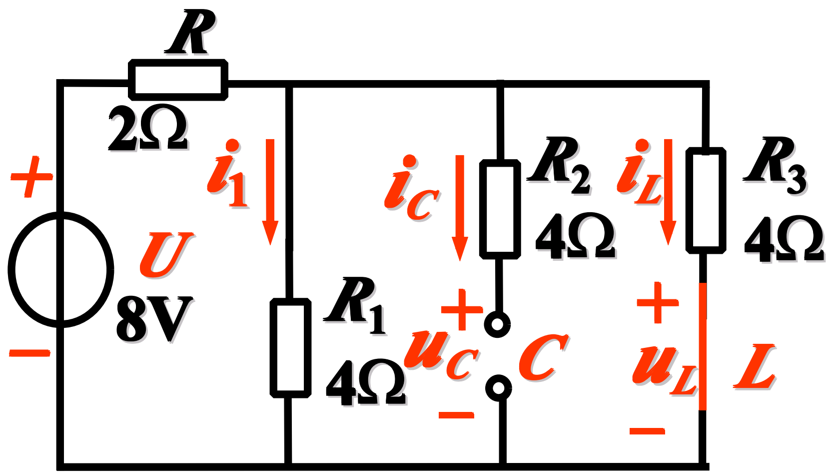
换路前电路已处于稳态：电容元件视为开路；

由$t=0_-$电路可求得： 电感元件视为短路。

$$i_L(0_-)=\frac{R_1}{R_1+R_3}\times\frac{U}{R+\dfrac{R_1R_3}{R_1+R_3}}=\frac{4}{4+4}\times\frac{U}{2+\dfrac{4\times 4}{4+4}}=1\text{A}$$

例2：换路前电路处于稳态。
试求图示电路中各个电压和电流的初始值。





$t=0_-$ 等效电路

解：(1) $i_L(0_-)=1\,\text{A}$

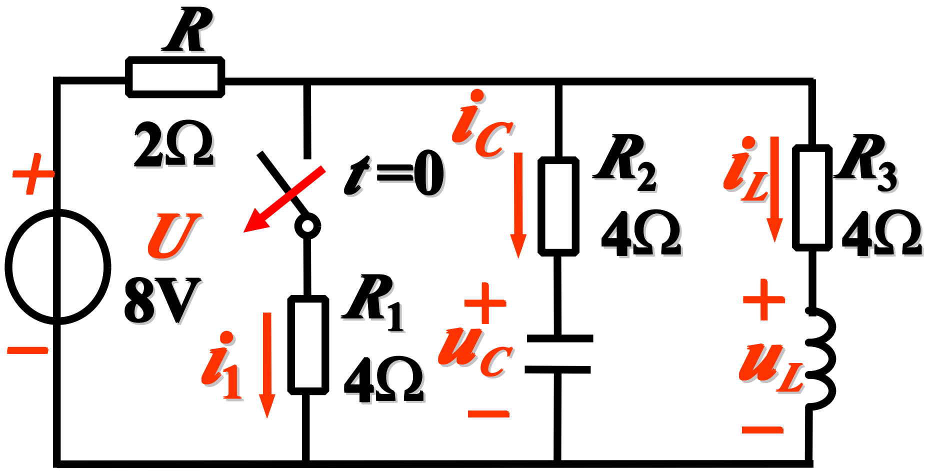
$$u_C(0_-)=R_3 i_L(0_-)=4\times1=4\,\text{V}$$

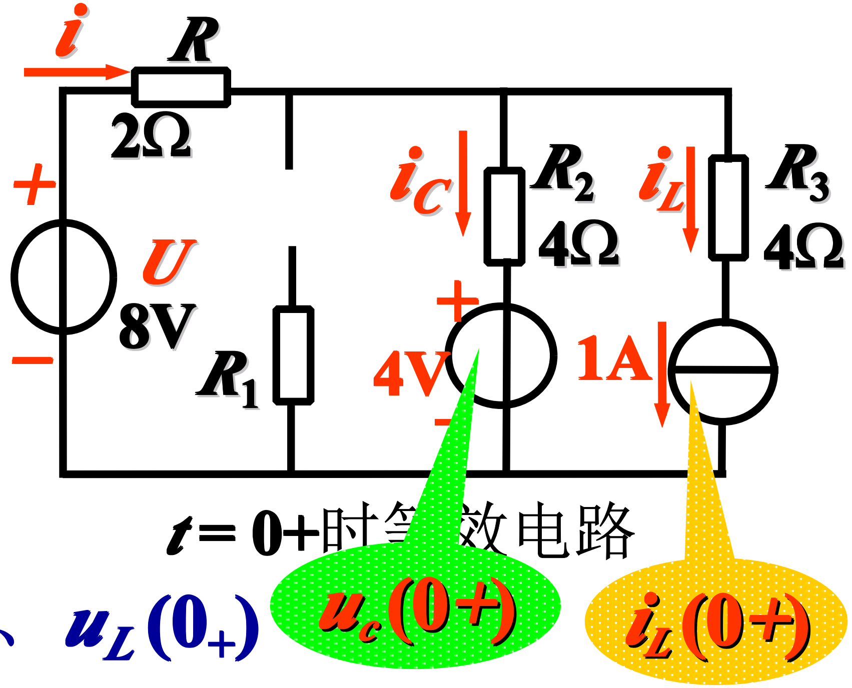
由换路定则：

$$i_L(0_+)=i_L(0_-)=1\,\text{A}$$

$$u_C(0_+)=u_C(0_-)=4\,\text{V}$$

例2：换路前电路处稳态。
试求图示电路中各个电压和电流的初始值。





t = 0+时等效电路

解：(2) 由 $t=0_+$ 电路求 $i_C(0_+)$、$u_L(0_+)$

由图可列出 $U = Ri(0_+) + R_2 i_C(0_+) + u_C(0_+)$

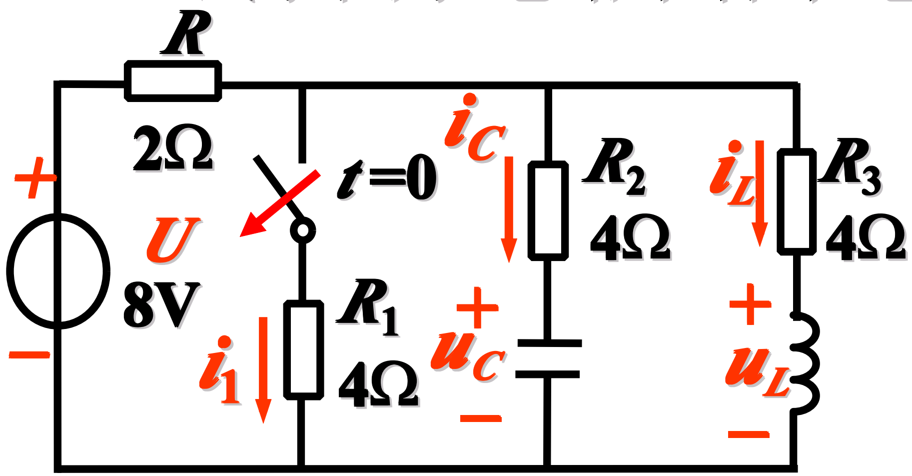
$$i(0_+) = i_C(0_+) + i_L(0_+)$$

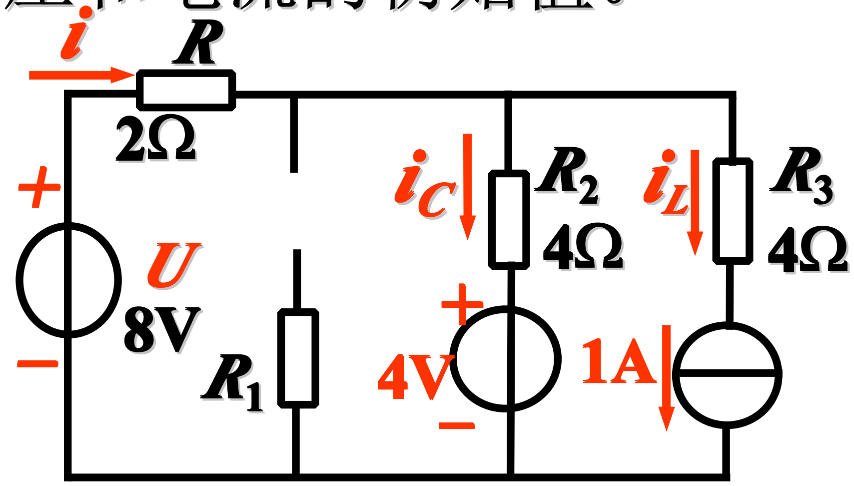
带入数据 $8 = 2i(0_+) + 4i_C(0_+) + 4$

$$i(0_+) = i_C(0_+) + 1$$

例2：换路前电路处稳态。

试求图示电路中各个电压和电流的初始值。





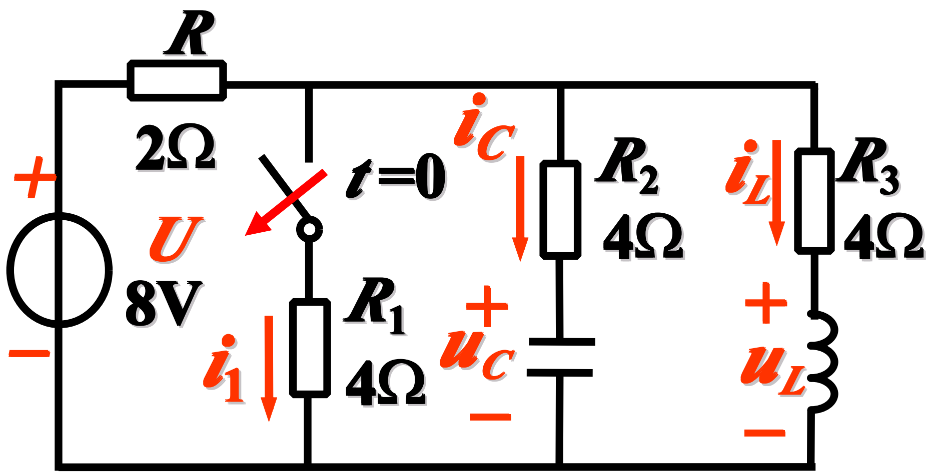
t = 0+时等效电路

解：解之得 $i_C(0_+)=\dfrac{1}{3}\,\mathrm{A}$

并可求出

$$u_L(0_+)=R_2 i_C(0_+)+u_C(0_+)-R_3 i_L(0_+)$$
$$=4\times\frac{1}{3}+4-4\times1=1\frac{1}{3}\,\mathrm{V}$$

计算结果：



电量	u_C/V	i_L/A	i_C/A	u_L/V
$t=0_-$	4	1	0	0
$t=0_+$	4	1	$\frac{1}{3}$	$1\frac{1}{3}$

换路瞬间，u_C、i_L不能跃变，但i_C、u_L可以跃变。

结论

1. 换路瞬间，u_C、i_L 不能跃变，但其它电量均可以跃变。

2. 换路前，若储能元件没有储能，换路瞬间(t=0_+的等效电路中)，可视电容元件短路，电感元件开路。

3. 换路前，若$u_C(0_-)\neq0$，$i_L(0_-)\neq0$，换路瞬间 (t=0_+等效电路中)：

电容元件可用一理想电压源替代，其电压为$u_c(0_+)$;

电感元件可用一理想电流源替代，其电流为$i_L(0_+)$。

3.2 一阶电路的零输入响应

一阶电路暂态过程的求解方法

一阶电路

仅含一个储能元件或可等效为一个储能元件的线性电路，且由一阶微分方程描述，称为一阶线性电路。

求解方法

1. 经典法： 根据激励(电源电压或电流)，通过求解电路的微分方程得出电路的响应(电压和电流)。

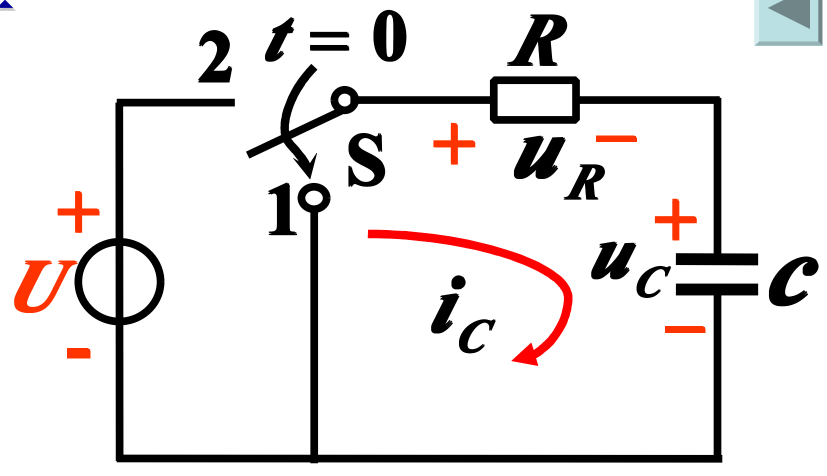
2. 三要素法

$$\text{求}\begin{cases}\text{初始值}\\ \text{稳态值}\\ \text{时间常数}\end{cases}\quad（\text{三要素}）$$

3.2.1 *RC*电路的零输入响应

零输入响应: 无电源激励, 输入信号为零, 仅由电容元件的初始储能所产生的电路的响应。

实质：*RC*电路的放电过程



$u_C(0_-)=U$

换路前电路已处稳态 $u_C(0_-)=U$

$t=0$时开关 $S\rightarrow 1$, 电容C经电阻R放电

1. 电容电压 u_C的变化规律($t\geq 0$)

(1) 列 KVL方程 $u_R+u_C=0$

$$u_R=iR \qquad i_C=C\frac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t}$$

代入上式得 $$RC\frac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t}+u_C=0$$

一阶线性常系数齐次微分方程

(2) 解方程：$RC\dfrac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t}+u_C=0$ 通解：$u_C=A\mathrm{e}^{pt}$

特征方程 $RCp+1=0$ $\therefore p=-\dfrac{1}{RC}$

齐次微分方程的通解： $u_C=A\mathrm{e}^{-\frac{t}{RC}}$

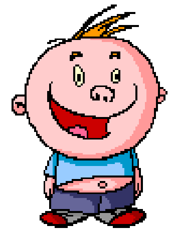
由初始值确定积分常数 A

根据换路定则，$t=(0_+)$时，$u_C(0_+)=U$，可得 $A=U$

(3) 电容电压 u_C的变化规律

$$u_C=U\mathrm{e}^{-\frac{t}{RC}}=u_C(0_+)\mathrm{e}^{-\frac{t}{\tau}} \quad t\geq 0$$

电容电压 u_C从初始值按指数规律衰减，衰减的快慢由RC决定。



2.电流及电阻电压的变化规律

电容电压

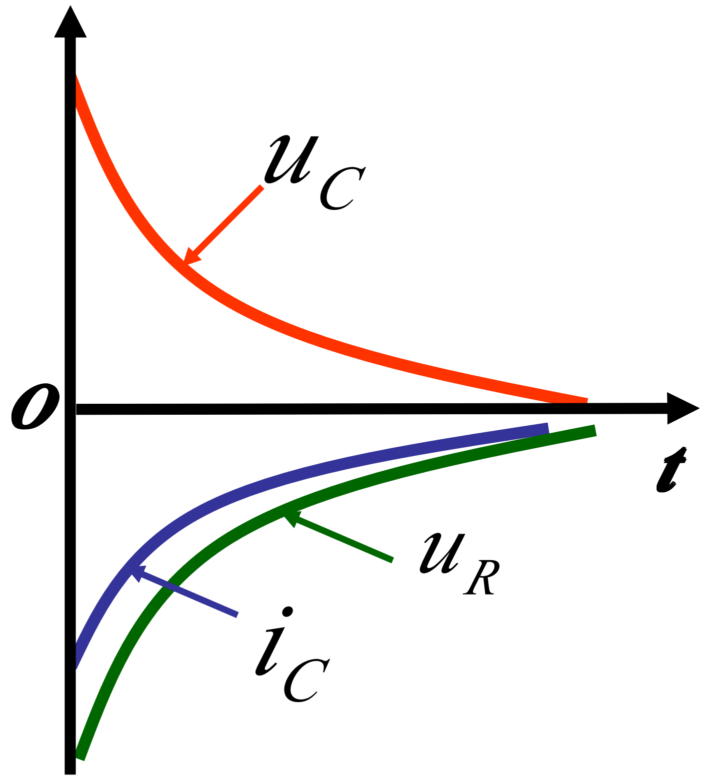
$$u_C = U\mathrm{e}^{-\frac{t}{RC}}$$

放电电流

$$i_C = C\frac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t} = -\frac{U}{R}\mathrm{e}^{-\frac{t}{RC}}$$

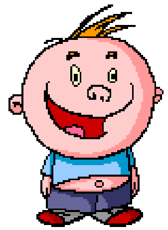
电阻电压：

$$u_R = i_C R = -U\mathrm{e}^{-\frac{t}{RC}}$$



3. u_C、i_C 、u_R 变化曲线

4. 时间常数



令: $\boxed{\tau = RC}$　　　单位: S

(1) 量纲　$\Omega\dfrac{\mathrm{A}\cdot\mathrm{s}}{\mathrm{V}} = \mathrm{s}$

时间常数 τ 决定电路暂态过程变化的快慢

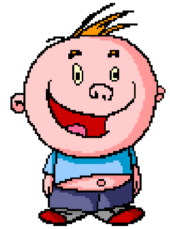
(2) 物理意义

$$u_C(t) = U\mathrm{e}^{-\frac{t}{RC}}$$

当 $t=\tau$ 时　$u_C = U\mathrm{e}^{-1} = 36.8\%U$

$\therefore$ 时间常数 τ 等于电压 u_C 衰减到初始值 U_0 的 36.8% 所需的时间。

(3) 暂态时间



理论上认为 $t \to \infty$、$u_C \to 0$ 电路达稳态

工程上认为 $t = (3 \sim 5)\tau$ 、$u_C \to 0$ 电容放电基本结束。

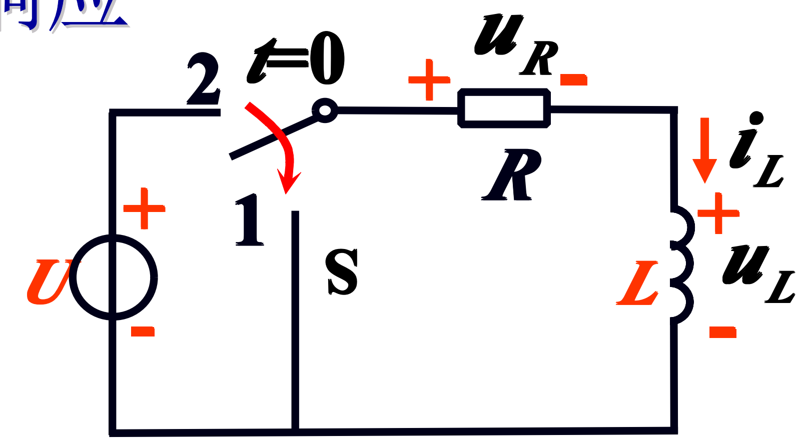
$\mathrm{e}^{-\frac{t}{\tau}}$ 随时间而衰减

t	τ	2τ	3τ	4τ	5τ	6τ
$\mathrm{e}^{-\frac{t}{\tau}}$	e^{-1}	e^{-2}	e^{-3}	e^{-4}	e^{-5}	e^{-6}
u_C	$0.368U$	$0.135U$	$0.050U$	$0.018U$	$0.007U$	$0.002U$

当 $t=5\tau$ 时，过渡过程基本结束，u_C达到稳态值。

3.2.2 *RL*电路的零输入响应

1. *RL* 短接 图示电路



换路前电路已处稳态

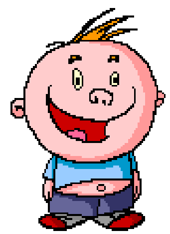
$$i_L(0_-)=\frac{U}{R}$$

t=0时开关S→1，电感L经电阻R释放能量

(1) i_L的变化规律

1)由KVL得 $u_R+u_L=0$

$$u_R=iR \qquad u_L=L\frac{\mathrm{d}i_L}{\mathrm{d}t}$$



代入上式得 $$\frac{L}{R}\frac{\mathrm{d}i_L}{\mathrm{d}t}+i_L=0$$

2) 解方程： $\dfrac{L}{R}\dfrac{\mathrm{d}i_L}{\mathrm{d}t}+i_L=0$ 　　通解：$i_L = A\mathrm{e}^{pt}$

特征方程 $\dfrac{L}{R}p+1=0$ 　　$\therefore p=-\dfrac{R}{L}$

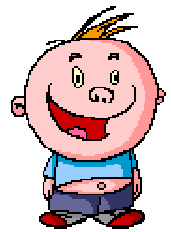
齐次微分方程的通解： $i_L = A\mathrm{e}^{-\frac{R}{L}t}$

由初始值确定积分常数 A

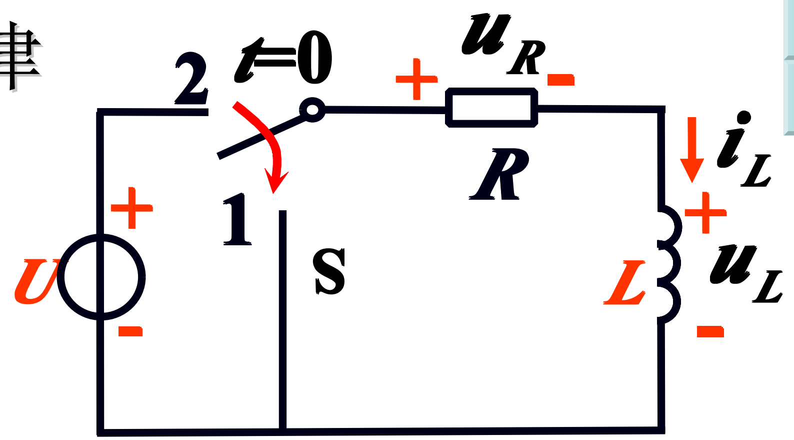
根据换路定则，$t=(0_+)$时，$i_L(0_+)=\dfrac{U}{R}$，可得 $A=\dfrac{U}{R}$

3) 电感电流 i_L 的变化规律 　　$$\boldsymbol{i_L=\frac{U}{R}\mathrm{e}^{-\frac{R}{L}t}}$$

电感电流i_L从初始值按指数规律衰减，衰减的快慢由R和L 决定。



(2)电流及电阻电压的变化规律

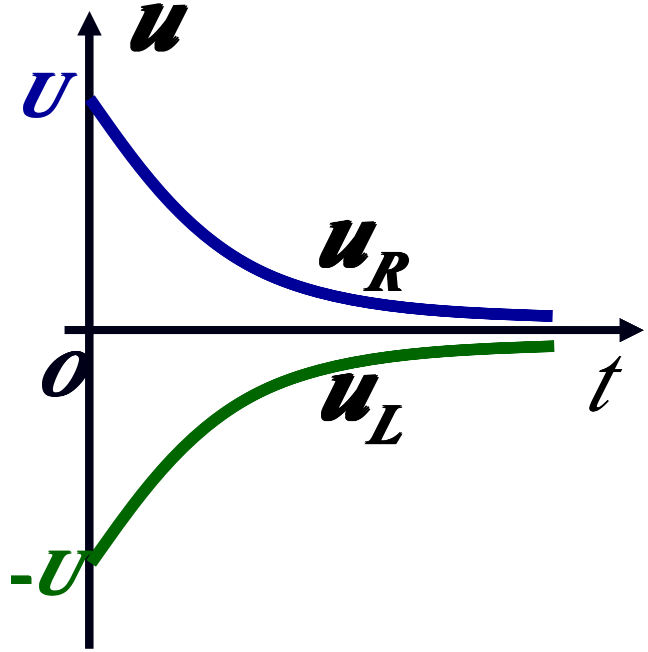


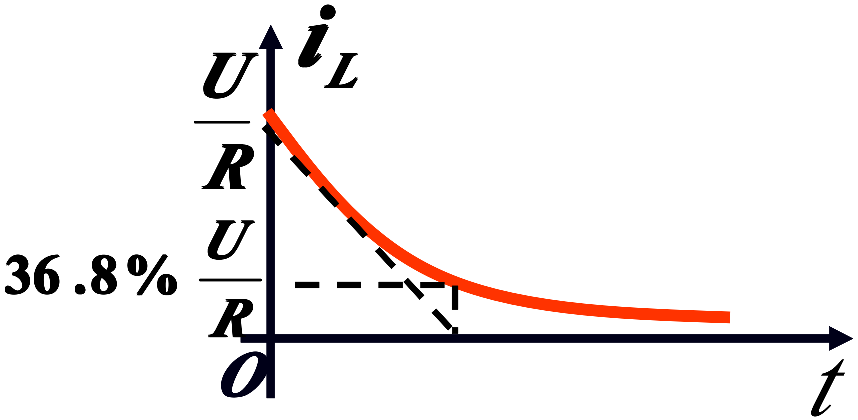
$$i_L = \frac{U}{R} e^{-\frac{R}{L}t}$$

$$u_L = L\frac{\mathrm{d}i_L}{\mathrm{d}t} = -U e^{-\frac{R}{L}t}$$

$$u_R = i_L R = U e^{-\frac{R}{L}t}$$

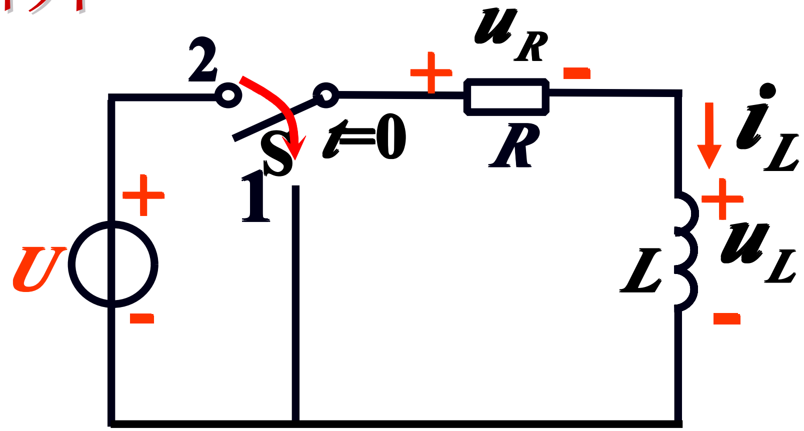
(3) 变化曲线





(4)时间常数：$\tau = \dfrac{L}{R}$

2. *RL*直接从直流电源断开



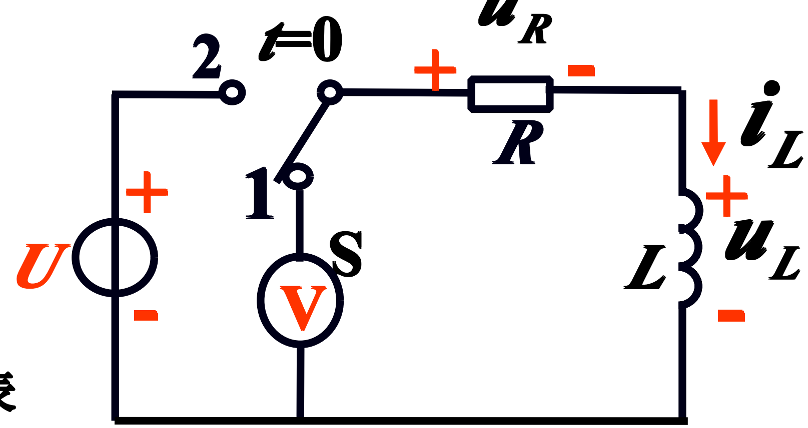
(1) 可能产生的现象

1)刀闸处产生电弧

$$\because \quad i_L(0_-)=\frac{U}{R}$$

$$i_L(0_+)=0 \quad \therefore \quad u_L=-e_L=L\frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t}\to\infty$$

2)电压表瞬间过电压

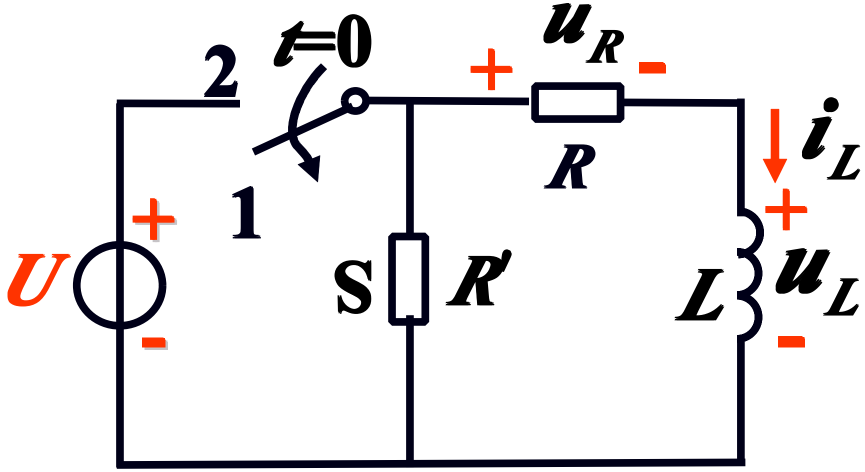


$$\because \quad i_L(0_+)=i_L(0_-)=\frac{U}{R}$$

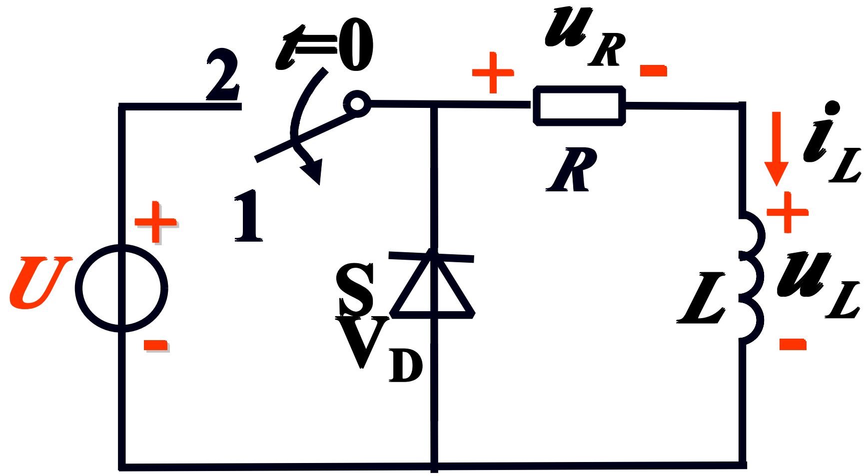
$$V_{表}(0_+)=i_L(0_+)\times R_{表}=\frac{U}{R}\times R_{表}$$

(2) 解决措施

1) 接放电电阻 R'



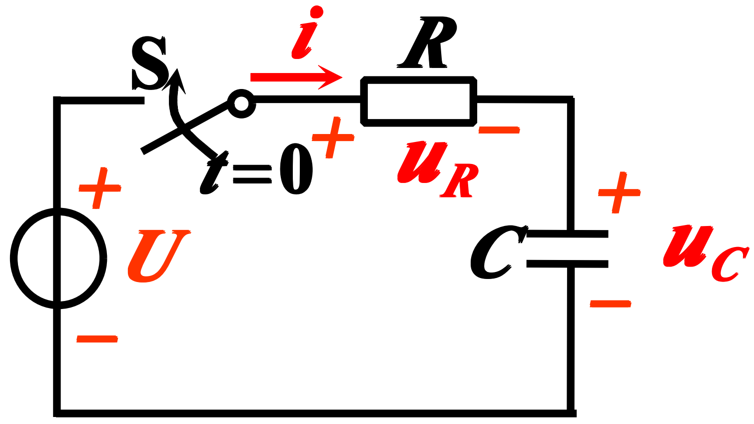
2) 接续流二极管 V_D



3.3 一阶电路的零状态响应

3.3.1 *RC*电路的零状态响应

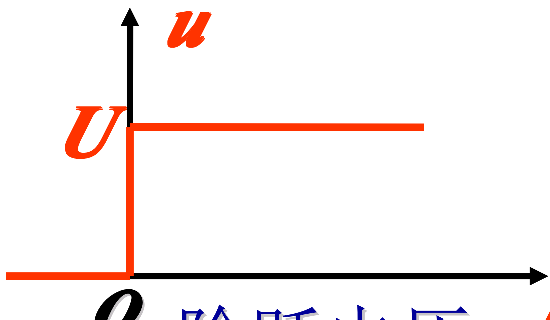
零状态响应： 储能元件的初始能量为零， 仅由电源激励所产生的电路的响应。



$u_C(0_-)=0$

实质：***RC*电路的充电过程**

分析：在$t=0$时，合上开关S，此时，电路实为输入一个阶跃电压u，如图。

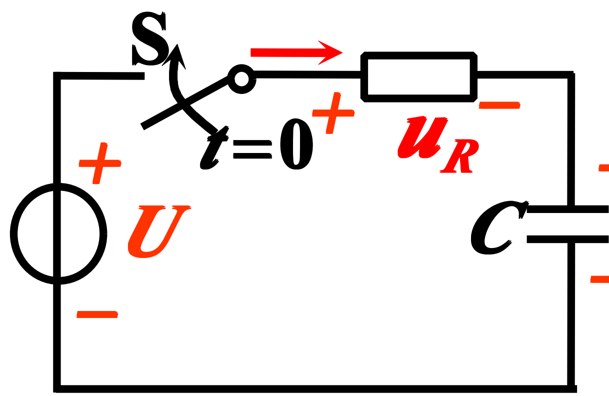


阶跃电压

与恒定电压不同，其电压u表达式

$$u=\begin{cases}0 & t<0\\ U & t\ge 0\end{cases}$$

1. u_C的变化规律



$u_C(0-)=0$

(1) 列 KVL方程 $u_R + u_C = U$

$$RC\frac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t} + u_C = U$$

方程的通解 =方程的特解 + 对应齐次方程的通解

即 $u_C(t) = u'_C + u''_C$

(2) 解方程

求特解 u'_C： $RC\dfrac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t} + u_C = U$

设： $u'_C = K$ 代入方程， $U = RC\dfrac{dK}{dt} + K$

解得： $K = U$ 即： $u'_C = U$

方程的通解： $u_C = u'_C + u''_C = U + Ae^{-\frac{t}{RC}}$

求特解 ---- u'_C（方法二）

$$\boxed{u'_C(t) = u_C(\infty) = U}$$

求对应齐次微分方程的通解 u''_C

通解即：$RC\dfrac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t} + u_C = 0$ 的解

其解： $u''_C = Ae^{pt} = Ae^{-\frac{t}{RC}}$

微分方程的通解为

$$u_C = u'_C + u''_C = U + Ae^{-\frac{t}{\tau}}$$ （令 $\tau = RC$）

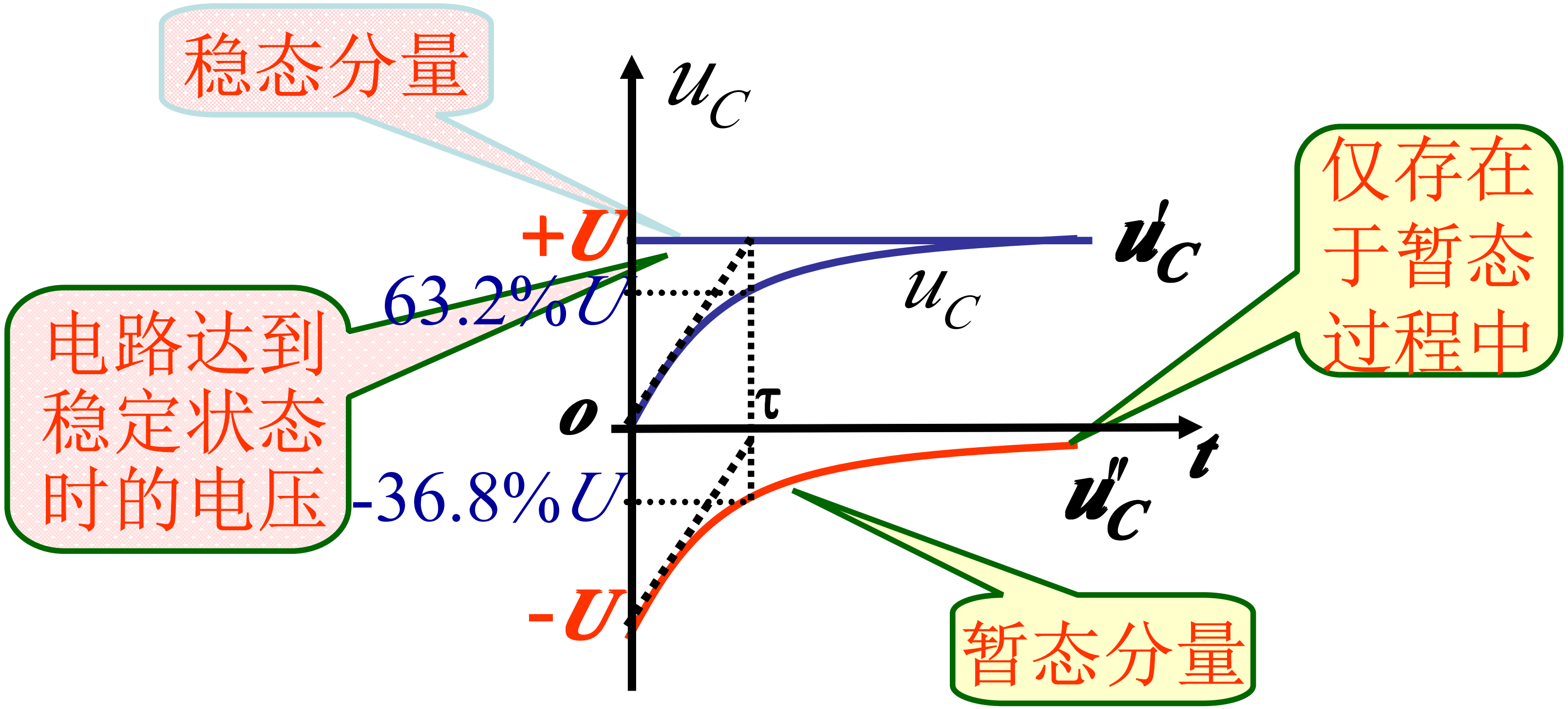
确定积分常数A

根据换路定则在 t=0_+时， $u_C(0_+) = 0$

则$A = -U$

(3) 电容电压 u_C的变化规律

$$u_C = U - U e^{-\frac{t}{RC}}$$



$$u_C = U(1 - e^{-\frac{t}{RC}}) = U(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}) \quad (t \geq 0)$$

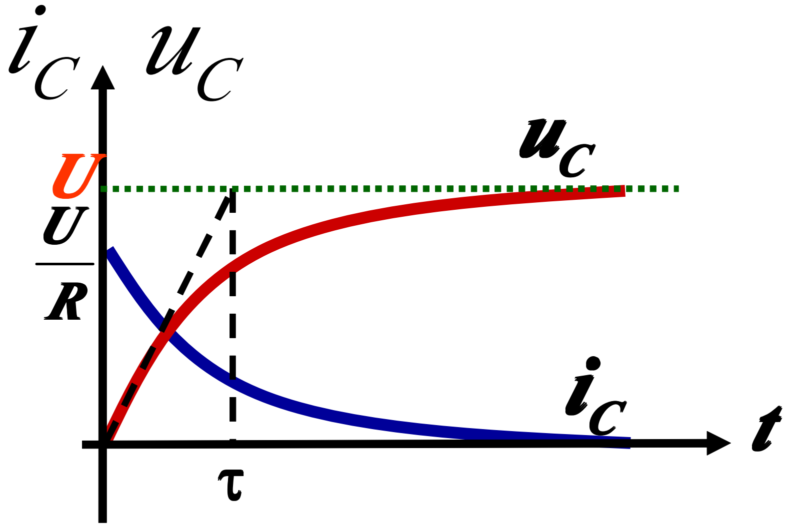
2.电流 i_C 的变化规律

$$i_C = C\frac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t} = \frac{U}{R}\mathrm{e}^{-\frac{t}{\tau}} \quad t \geq 0$$

为什么在 $t = 0$时电流最大？

3. u_C、i_C变化曲线

$$u_C = U(1-\mathrm{e}^{-\frac{t}{RC}})$$



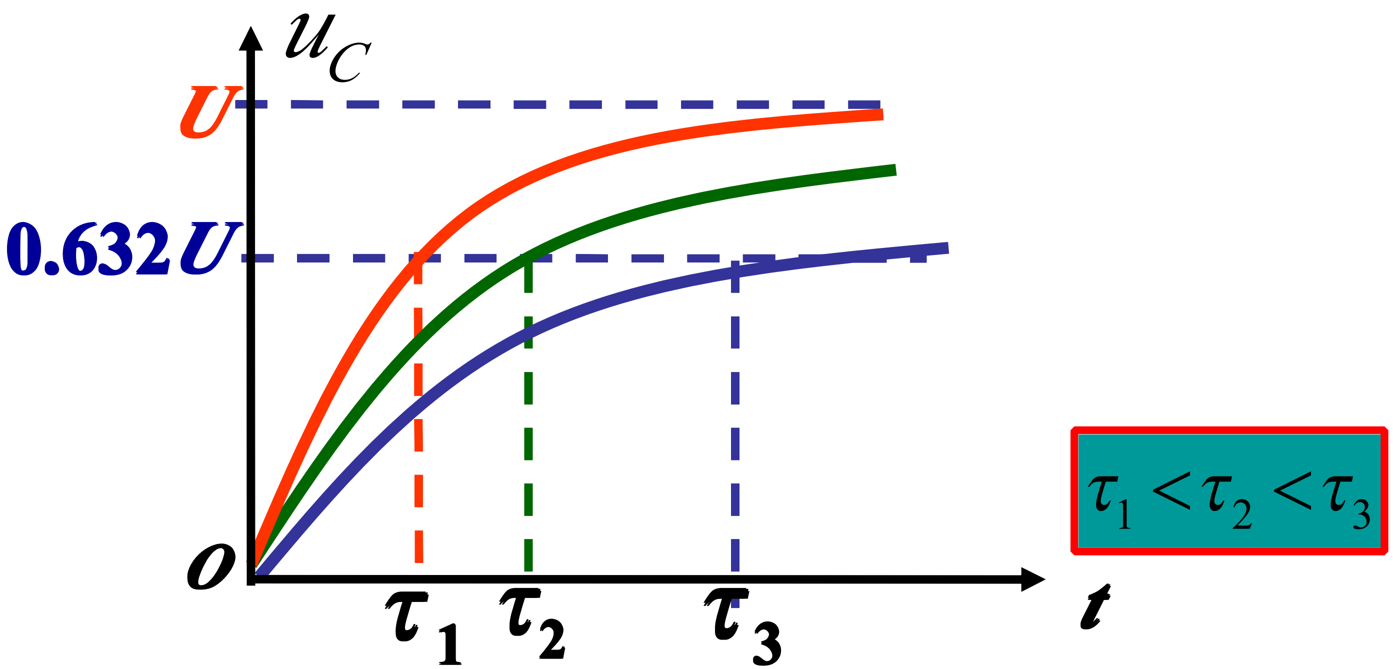
4. 时间常数 τ 的物理意义

当 $t=\tau$ 时

$$u_C(\tau) = U(1-e^{-1}) = 63.2\%U$$

τ 表示电容电压 u_C从初始值上升到稳态值的 63.2% 时所需的时间。

t	0	τ	2τ	3τ	4τ	5τ	6τ
u_C	0	$0.632U$	$0.865U$	$0.950U$	$0.982U$	$0.993U$	$0.998U$



结论：

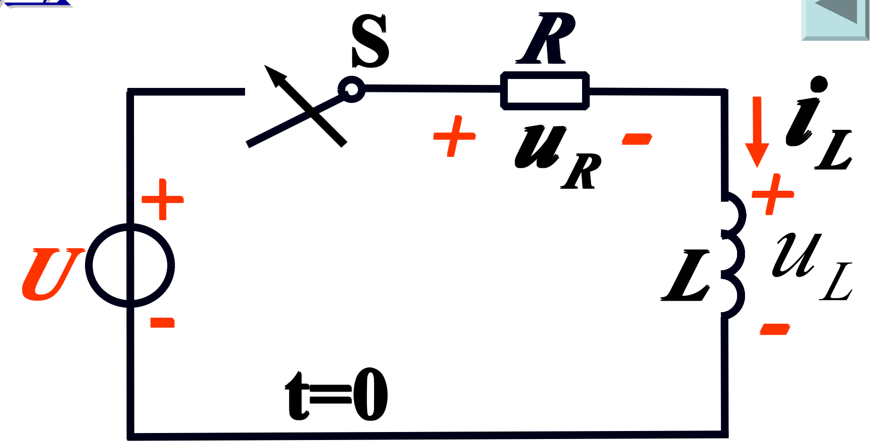
τ 越大， 曲线变化越慢，u_C达到稳态时间越长。

当 $t = 5\tau$ 时，暂态基本结束，u_C达到稳态值。

3.3.2 *RL*电路的零状态响应

1. i_L的变化规律

(1) 列 KVL方程 $u_R + u_L = U$



$(U=0 \quad i_L(0_-)=0)$

$$\frac{L}{R}\frac{\mathrm{d}i_L}{\mathrm{d}t} + i_L = \frac{U}{R}$$

同理 方程的通解 =方程的特解 + 对应齐次方程的通解

即 $i_L(t) = i'_L + i''_L$

(2) 解方程

求特解 i'_L：
$$\boxed{i'_L(t) = i_L(\infty) = \frac{U}{R}}$$

求对应齐次微分方程的通解 i''_L

通解即： $\frac{L}{R}\frac{\mathrm{d}i_L}{\mathrm{d}t}+i_L=0$ 的解

其解： $i''_L = A\mathrm{e}^{pt} = A\mathrm{e}^{-\frac{R}{L}t}$

微分方程的通解为

$$i_L = i'_L + i''_L = \frac{U}{R} + A\mathrm{e}^{-\frac{t}{\tau}} \quad (\text{令}\ \tau = \frac{L}{R})$$

确定积分常数***A***

根据换路定则在 $t=0_+$时， $i_L(0_+)=0$

则$A=-\frac{U}{R}$

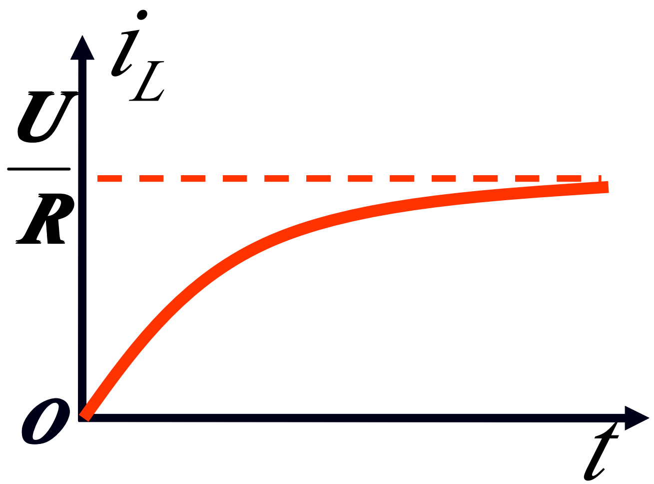
所以,电流电压表达式为

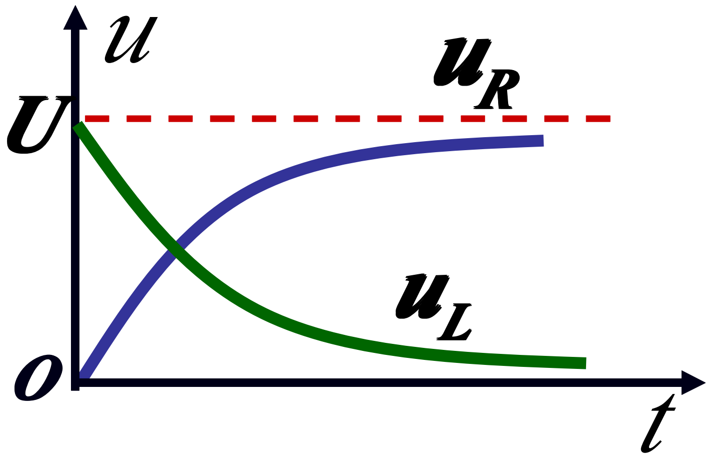
$$i_L = \frac{U}{R}(1 - e^{-\frac{R}{L}t})$$

$$u_L = L\frac{di}{dt} = Ue^{-\frac{t}{\tau}} = Ue^{-\frac{R}{L}t}$$

$$u_R = i_L R = U(1 - e^{-\frac{R}{L}t})$$

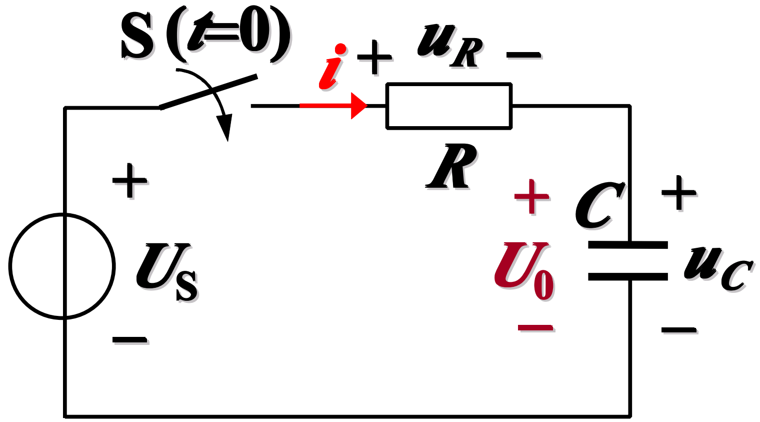
2. i_L、u_L、u_R变化曲线





3.4 一阶电路的全响应

1. 全响应： 电路的初始状态不为零，同时又有外加激励源作用时电路中产生的响应。



$$RC\frac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t}+u_C=U_S$$

$$u_C(0_+)=u_C(0_-)=U_0$$

$$u_C = U_S + (U_0 - U_S)\,\mathrm{e}^{-\frac{t}{\tau}}$$

全响应 = 稳态解 + 暂态解

强制分量　自由分量

2. 全响应的两种分解方式

(1)着眼于电路的两种工作状态　*看成是稳态分量(强制分量) 与暂态分量(自由分量) 之和。*

物理概念清晰。

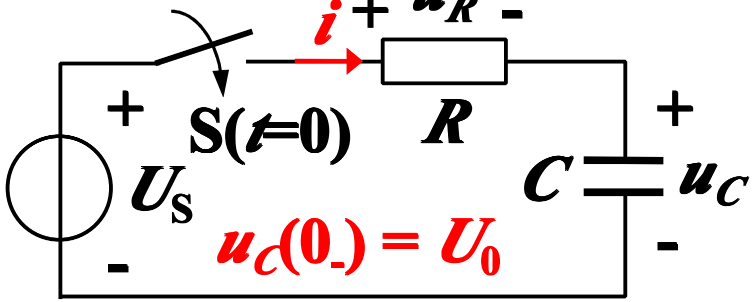
$$u_C = U_S + (U_0 - U_S)\,e^{-\frac{t}{\tau}}$$

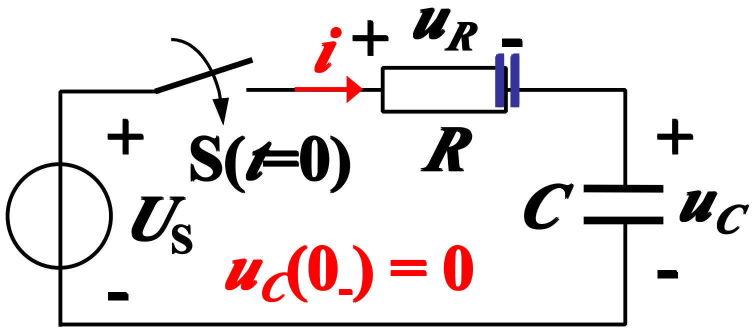
(2)着眼于因果关系

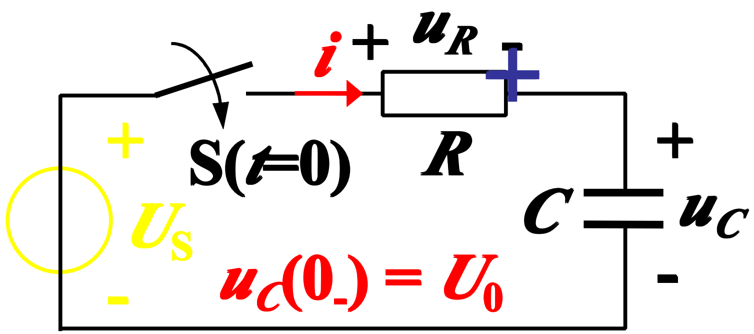
$$u_C = U_S(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}) + U_0\,e^{-\frac{t}{\tau}}$$

全响应 = 零状态响应 + 零输入响应

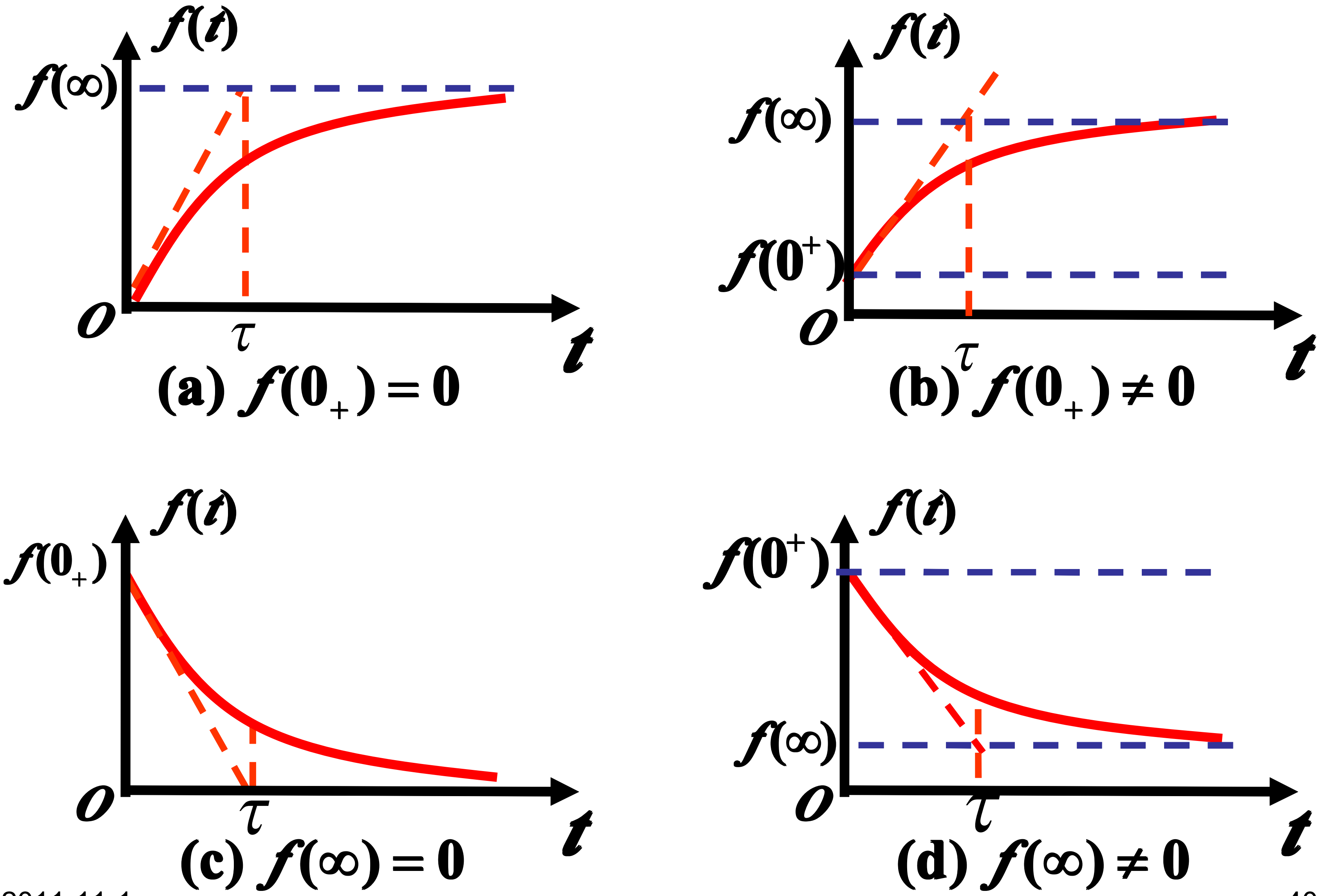
此种分解方式便于叠加计算，体现了线性电路的叠加性质。





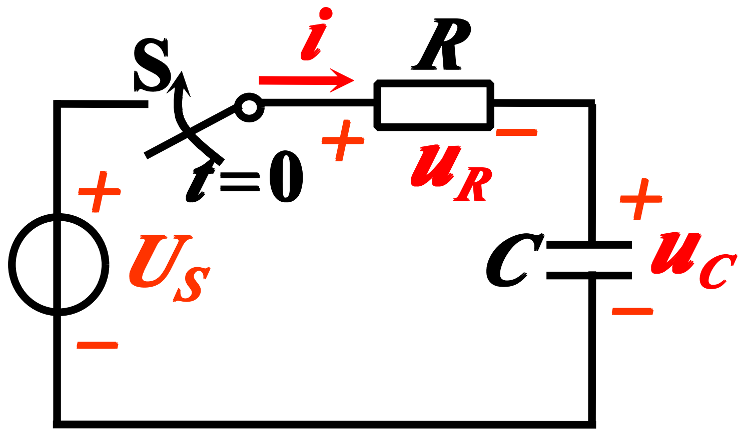


不同情况下电路响应的变化曲线



3.5 一阶线性电路暂态分析的三要素法

仅含一个储能元件或可等效为一个储能元件的线性电路，且由一阶微分方程描述，称为一阶线性电路。



$u_C(0-) = U_0$

据经典法推导结果

全响应

$$u_C = \underline{U_S} + (\underline{U_0} - U_S)\mathrm{e}^{-\frac{t}{\tau}}$$

$$u_C(\infty) = U_S \quad \text{稳态解}$$

$$u_C(0_+) = u_C(0_-) = U_0 \quad \text{初始值}$$

$$\boldsymbol{u_C = \underline{u_C(\infty)} + [\underline{u_C(0_+)} - u_C(\infty)]\,\mathrm{e}^{-\frac{t}{RC}}}$$

在直流电源激励的情况下，一阶线性电路微分方程解的通用表达式：

$$\boxed{f(t)=f(\infty)+[f(0_+)-f(\infty)]\,e^{-t/\tau}}$$

式中，$f(t)$：代表一阶电路中任一电压、电流函数

$$\begin{cases} f(0_+) \text{ -- 初始值} \\ f(\infty) \text{ -- 稳态值} \\ \tau \text{ -- 时间常数} \end{cases}$$

（三要素）

利用求上述三个物理量的方法求解暂态过程，称为三要素法。

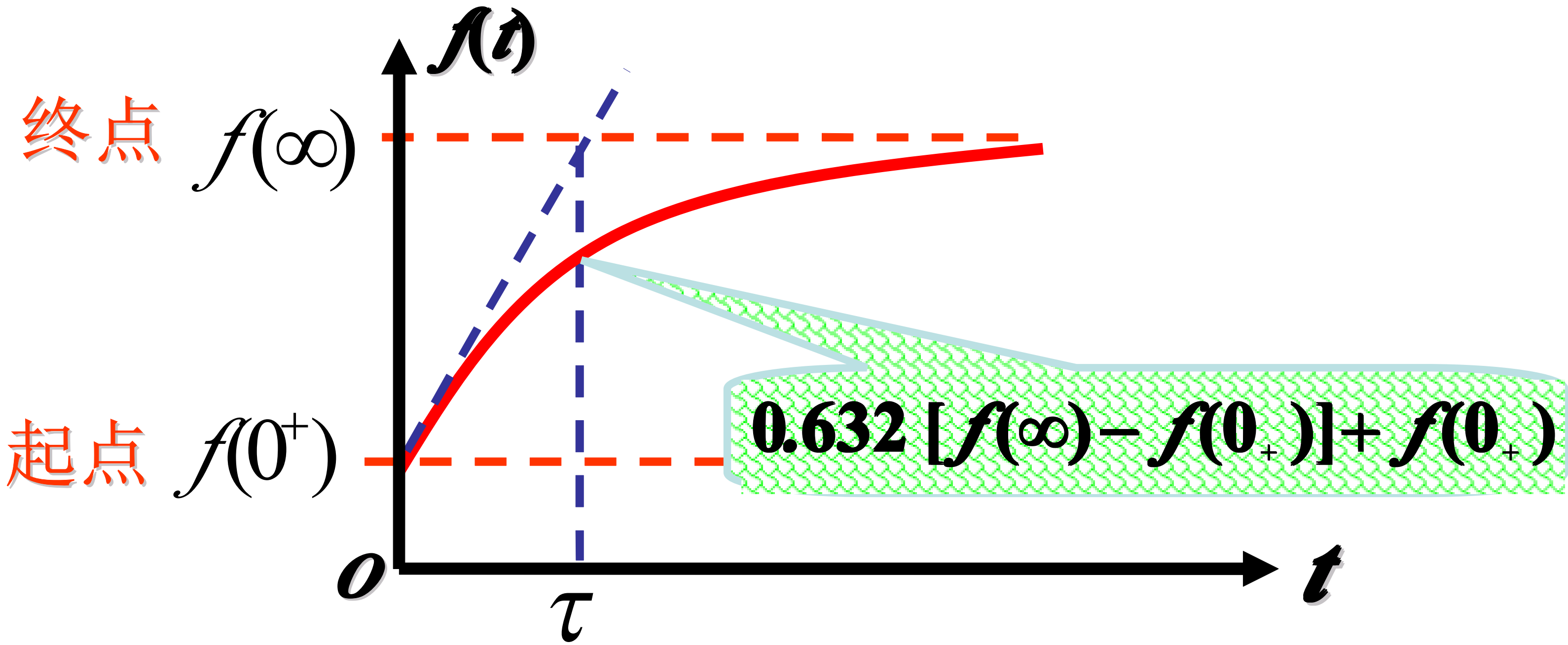
一阶电路在恒定电压作用下都可以应用三要素法求解，在求得初始值、稳态值和τ的基础上，可直接写出电路的响应(电压或电流)。

三要素法求解暂态过程的要点

(1) 求初始值、稳态值、时间常数；

(2) 将求得的三要素结果代入暂态过程通用表达式；

(3) 画出暂态电路电压、电流随时间变化的曲线。

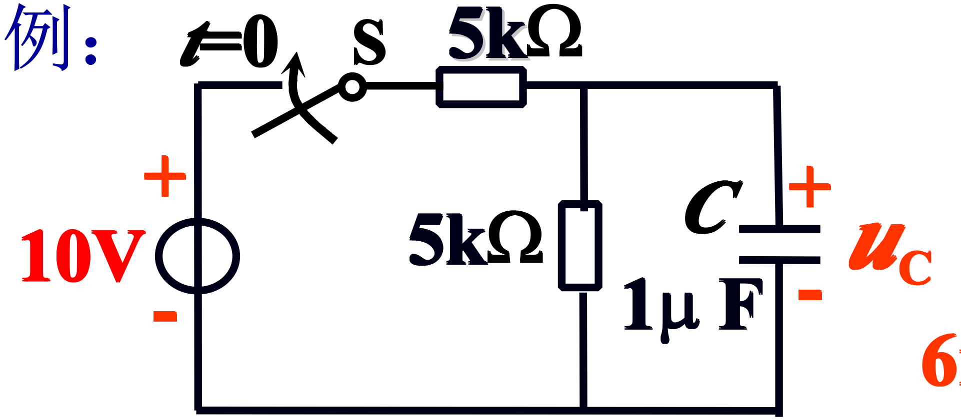


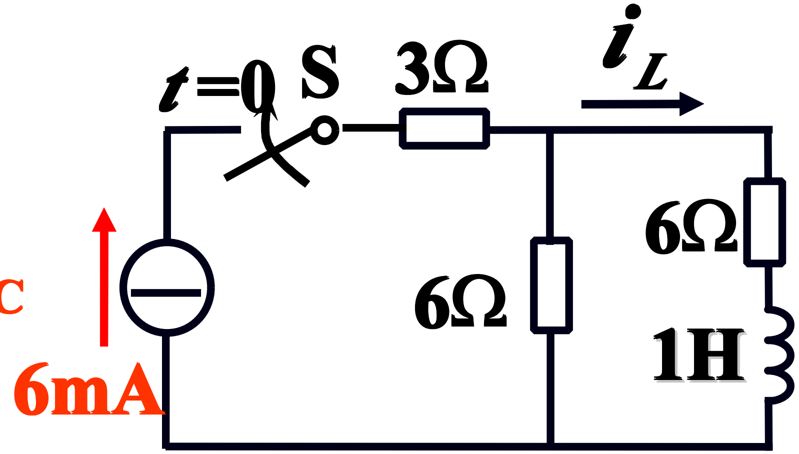
响应中“三要素”的确定

(1) 稳态值 $f(\infty)$ 的计算

求换路后电路中的电压和电流，其中电容 C 视为开路，电感 L 视为短路，即求解直流电阻性电路中的电压和电流。

例：





$$u_C(\infty)=\frac{10}{5+5}\times 5=5\text{V}$$

$$i_L(\infty)=6\times\frac{6}{6+6}=3\text{ mA}$$

(2) 初始值$f(0_+)$的计算

1) 由t=0_- 电路求 $u_C(0_-)$、$i_L(0_-)$

2) 根据换路定则求出 $\begin{cases} u_C(0_+) = u_C(0_-) \\ i_L(0_+) = i_L(0_-) \end{cases}$

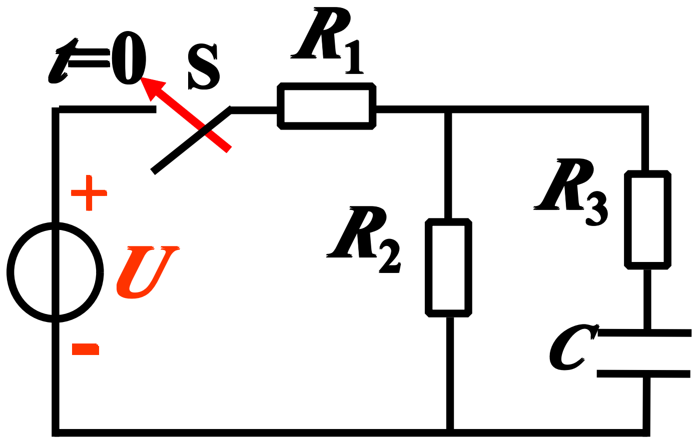
3) 由t=0_+时的电路，求所需其它各量的 $u(0_+)$或 $i(0_+)$

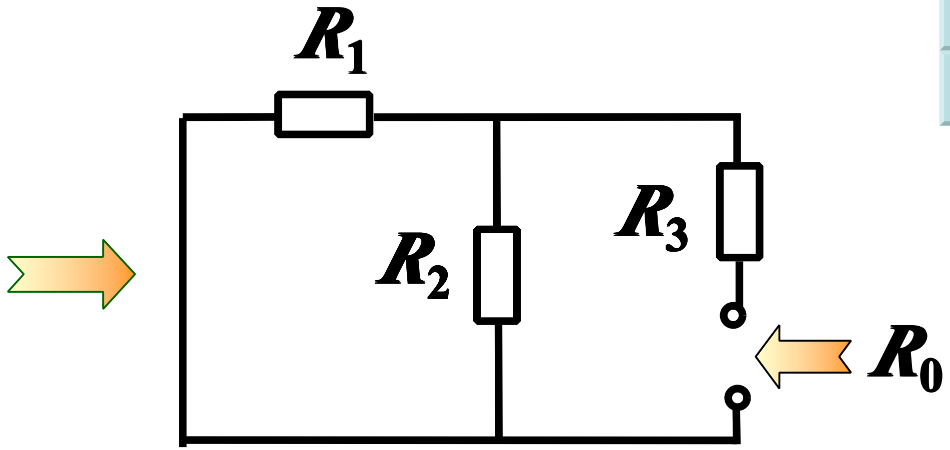
(3) 时间常数τ的计算

对于RC电路 $\tau = R_0C$ 对于RL电路 $\tau = \dfrac{L}{R_0}$

1) 对于简单的一阶电路，R_0=R；

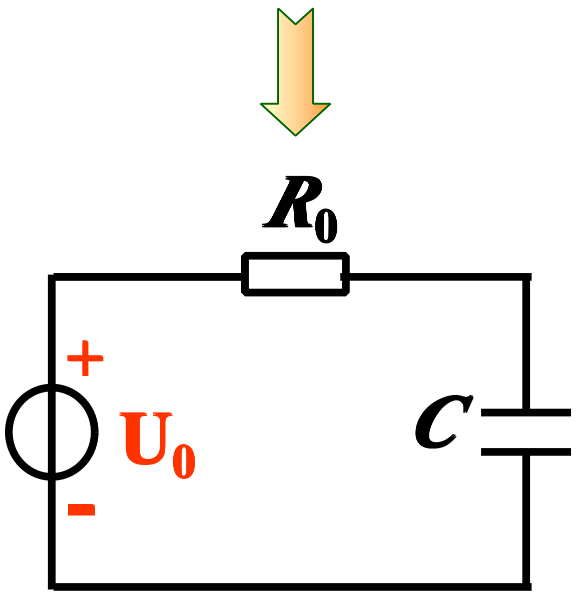
2) 对于较复杂的一阶电路， R_0为换路后的电路除去电源和储能元件后，在储能元件两端所求得的无源二端网络的等效电阻。





$$R_0=(R_1 // R_2)+R_3$$

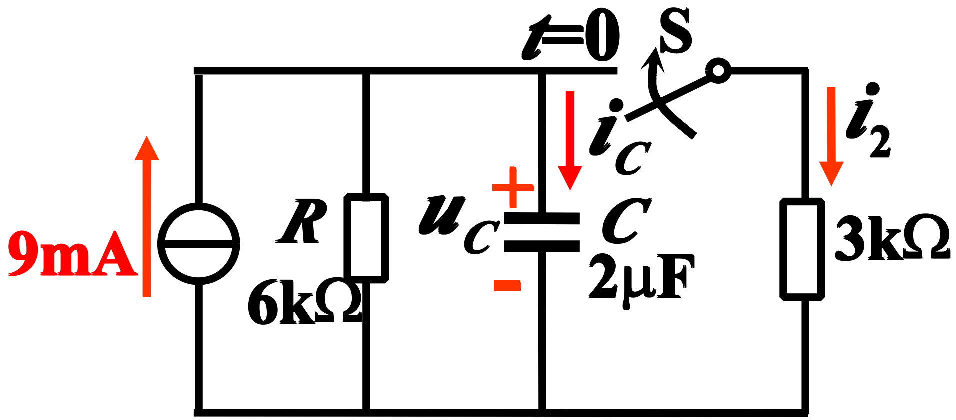
$$\tau = R_0 C$$

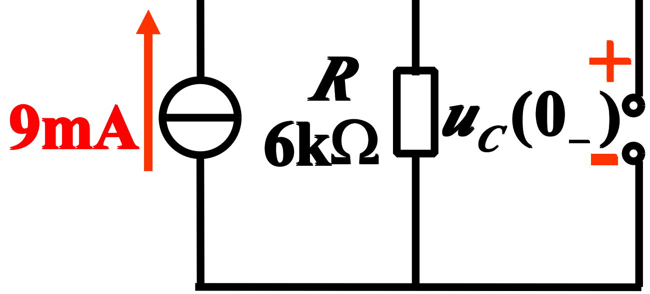


R_0的计算与应用戴维宁定理解题时计算电路等效电阻的方法相同。即从储能元件两端看进去的等效电阻，如图所示。

应用举例

例1： 电路如图，t=0时合上开关S，合S前电路已处于稳态。试求电容电压 u_C和电流 i_2、i_C。





t=0_等效电路

解：用三要素法求解

$$u_C = u_C(\infty) + \left[u_C(0_+) - u_C(\infty)\right] e^{-\frac{t}{\tau}}$$

(1)确定初始值 $u_C(0_+)$

由t=0_电路可求得 $u_C(0\_) = 9\times10^{-3}\times6\times10^{3} = 54\,\mathrm{V}$

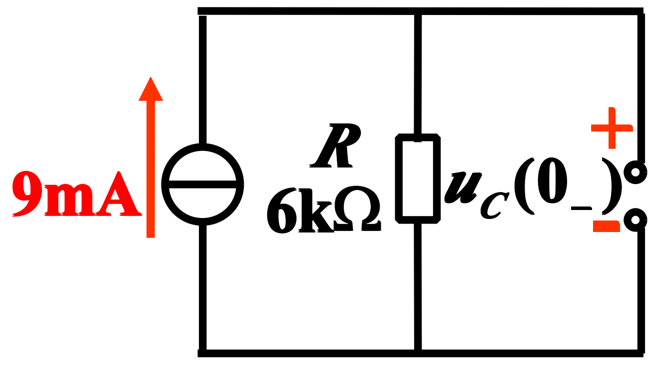
由换路定则 $u_C(0_+) = u_C(0\_) = 54\,\mathrm{V}$

(2) 确定稳态值 $u_c(\infty)$

由换路后电路求稳态值 $u_c(\infty)$

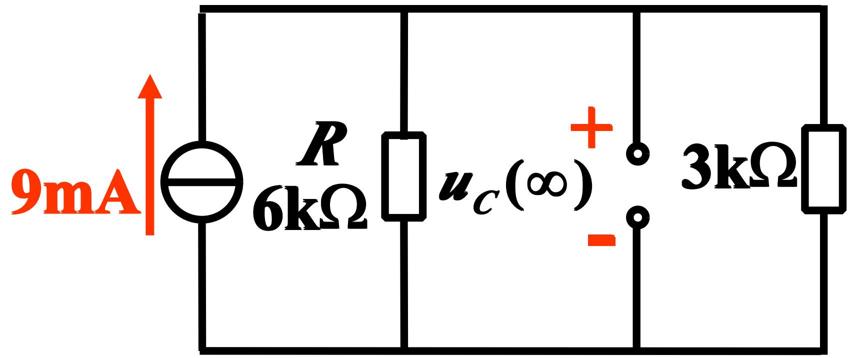
$$u_C(\infty)=9\times10^{-3}\times\frac{6\times3}{6+3}\times10^{3}$$

$$=18\ \text{V}$$



t=0_等效电路

(3) 由换路后电路求时间常数 τ



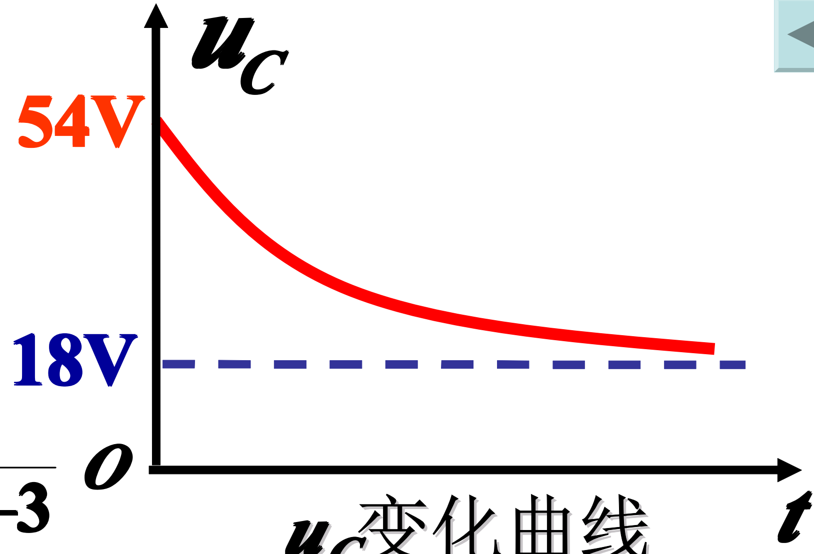
$t\to\infty$电路

$$\tau=R_0C$$

$$=\frac{6\times3}{6+3}\times10^{3}\times2\times10^{-6}$$

$$=4\times10^{-3}\ \text{s}$$

三要素 $\begin{cases} u_C(0_+) = 54\ \text{V} \\ u_C(\infty) = 18\ \text{V} \\ \tau = 4\times 10^{-3}\ \text{s} \end{cases}$



u_C变化曲线

$$\therefore u_C = 18 + (54-18)e^{-\frac{t}{4\times 10^{-3}}}$$

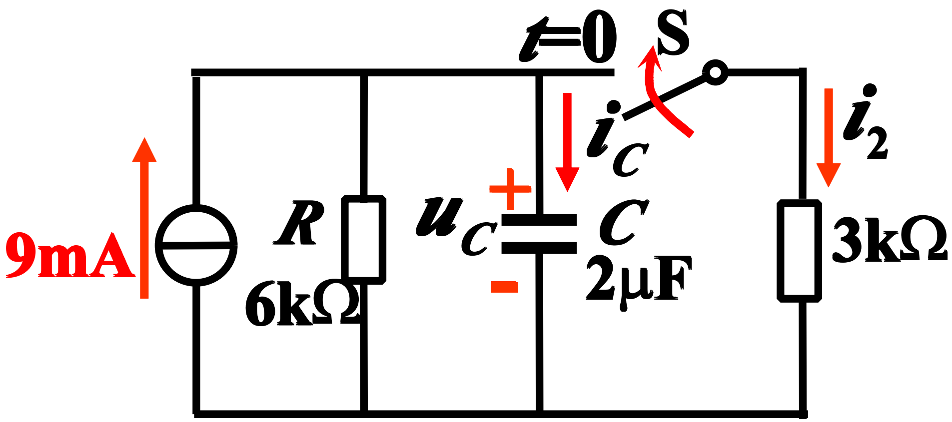
$$= 18 + 36e^{-250t}\ \text{V}$$

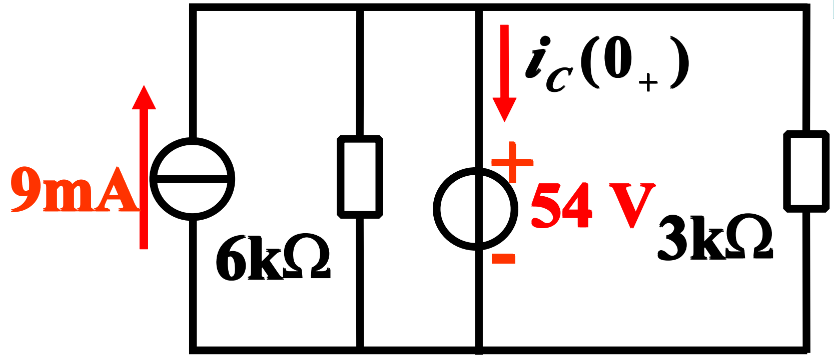
u_C的变化曲线如图

$$i_C = C\frac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t} = 2\times 10^{-6}\times 36\times(-250)e^{-250t}$$

$$= -0.018e^{-250t}\ \text{A}$$

用三要素法求 i_C





t=0_+等效电路

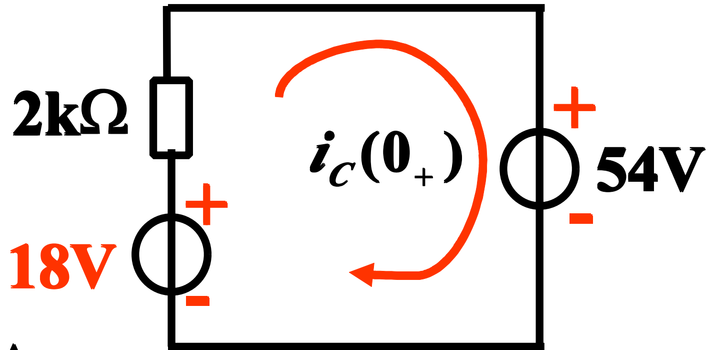
$$i_C = i_C(\infty) + \left[i_C(0_+) - i_C(\infty)\right]e^{-\frac{t}{\tau}}$$

$$i_C(0_+) = \frac{18-54}{2\times10^3} = -18 \text{ mA}$$

$$i_C(\infty) = 0$$

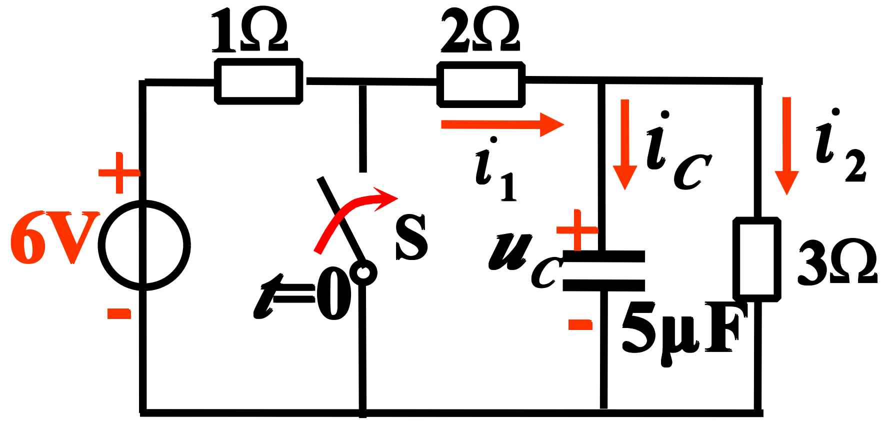
$$i_C(t) = -18e^{-250t} \text{ mA}$$

$$i_2(t) = \frac{u_C(t)}{3\times10^3} = 6 + 12e^{-250t} \text{ mA}$$



$t=0_+$

例2：电路如图，开关S闭合前电路已处于稳态。t=0时S闭合，试求：$t \geqq 0$时电容电压u_C和电流i_C、i_1和i_2 。



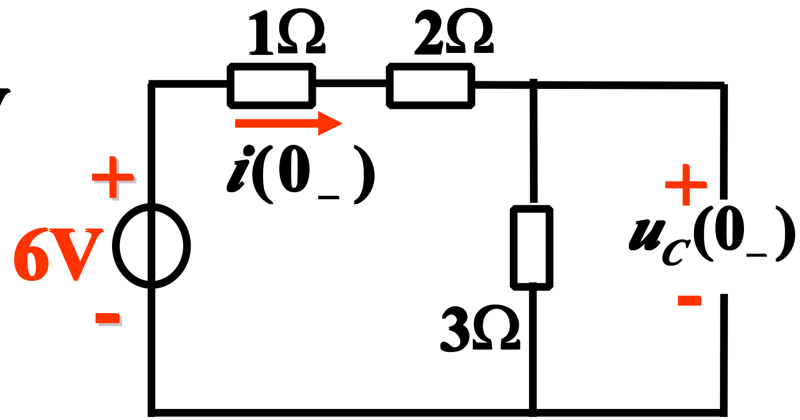
解：用三要素法求解

求初始值 $u_C(0_+)$

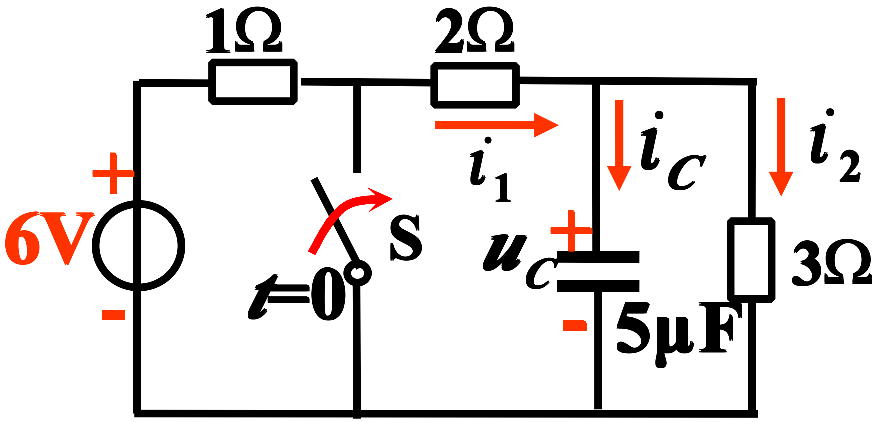
由t=0-时电路

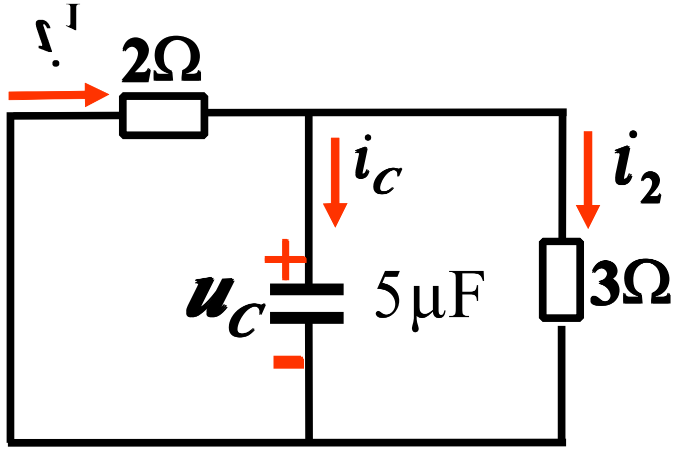
$$u_C(0_-)=\frac{6}{1+2+3}\times 3=3\text{ V}$$

$$u_C(0_+)=u_C(0_-)=3\text{V}$$



t=0_等效电路





求稳态值 $u_C(\infty)$　　$u_C(\infty) = 0$

求时间常数τ　　由右图电路可求得

$$\tau = R_0 C = \frac{2\times 3}{2+3}\times 5\times 10^{-6} = 6\times 10^{-6}\ \mathrm{s}$$

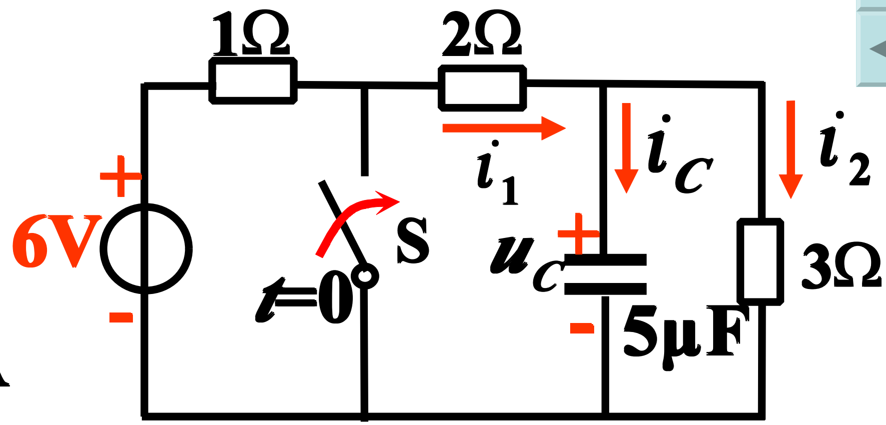
$$\therefore\ u_C(t) = u_C(\infty) + \left[u_C(0_+) - u_C(\infty)\right]U\mathrm{e}^{-\frac{t}{\tau}}$$

$$= 0 + 3\mathrm{e}^{-\frac{10^6}{6}t} = 3\mathrm{e}^{-1.7\times 10^5 t}\ \mathrm{V}$$

$$i_C(t) = C\frac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t}$$

$$= -2.5\,\mathrm{e}^{-1.7\times10^5 t}\ \mathrm{A}$$

(u_C、i_C 关联)



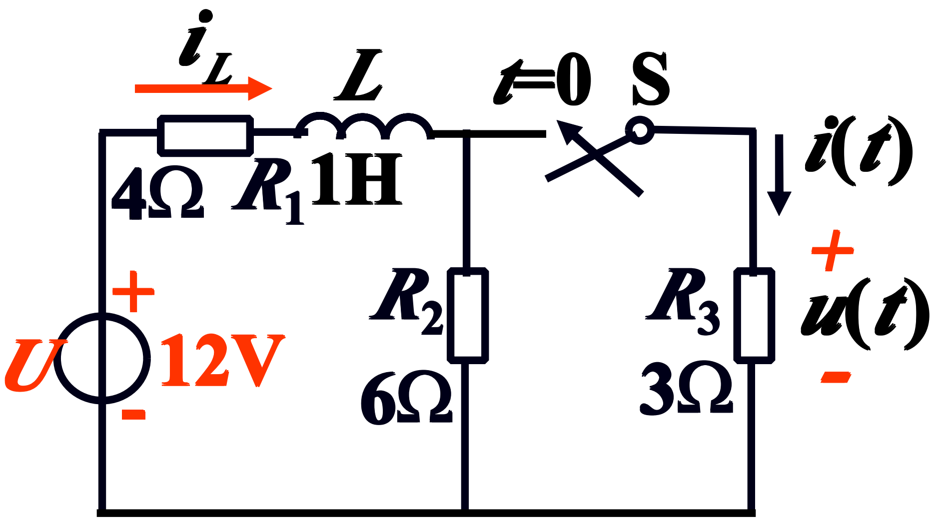
$$i_2(t) = \frac{u_C}{3} = \mathrm{e}^{-1.7\times10^5 t}\ \mathrm{A}$$

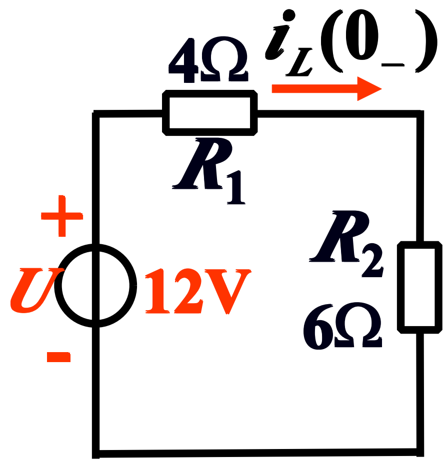
$$i_1(t) = i_2 + i_C$$

$$= \mathrm{e}^{-1.7\times10^5 t} - 2.5\,\mathrm{e}^{-1.7\times10^5 t}$$

$$= -1.5\,\mathrm{e}^{-1.7\times10^5 t}\ \mathrm{A}$$

例3 图示电路，换路前电路已稳定，$t=0$时换路，求换路后电感电流和电压的变化规律.





$t=0_-$时等效电路

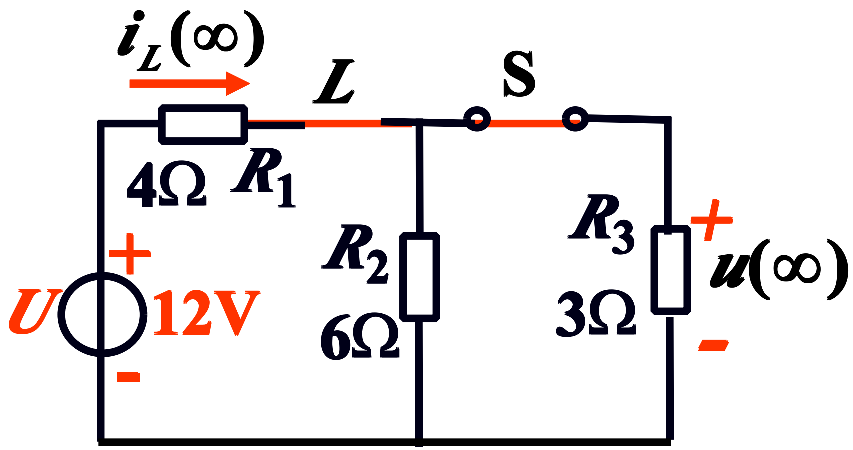
1. i_L变化规律 (三要素法)

$$i_L = i_L(\infty) + [i_L(0_+) - i_L(\infty)]\,\mathrm{e}^{-\frac{t}{\tau}}$$

$$i_L(0_+) = i_L(0_-) = \frac{U}{R_1 + R_2} = \frac{12}{4+6} = 1.2\ \mathrm{A}$$

$$i_L(\infty)=\frac{U}{R_1+\dfrac{R_2\times R_3}{R_2+R_3}}$$

$$=2\ \text{A}$$

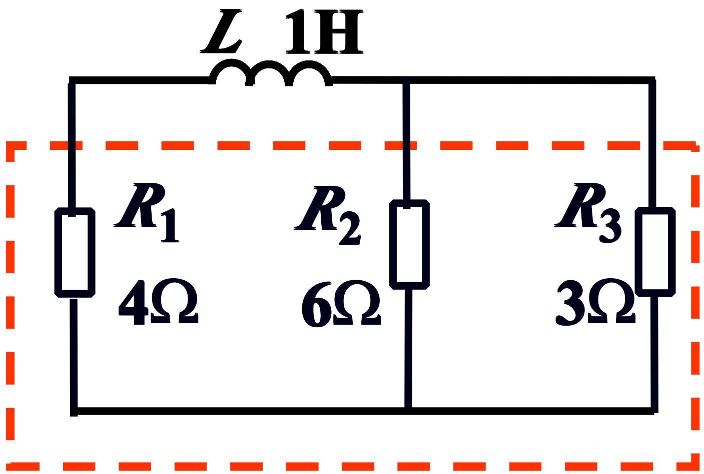


$t=\infty$ 时等效电路

$$\tau=\frac{L}{R_0}$$

$$=\frac{L}{R_1+\dfrac{R_2\times R_3}{R_2+R_3}}$$

$$=\frac{1}{6}\ \text{s}$$



$$\therefore\quad i_L=2+(1.2-2)e^{-6t}=2-0.8e^{-6t}\ (t\geq 0)$$

2. $u(t)$变化规律

$$u = iR_3 = \frac{R_2}{R_2 + R_3} \times i_L \times R_3$$

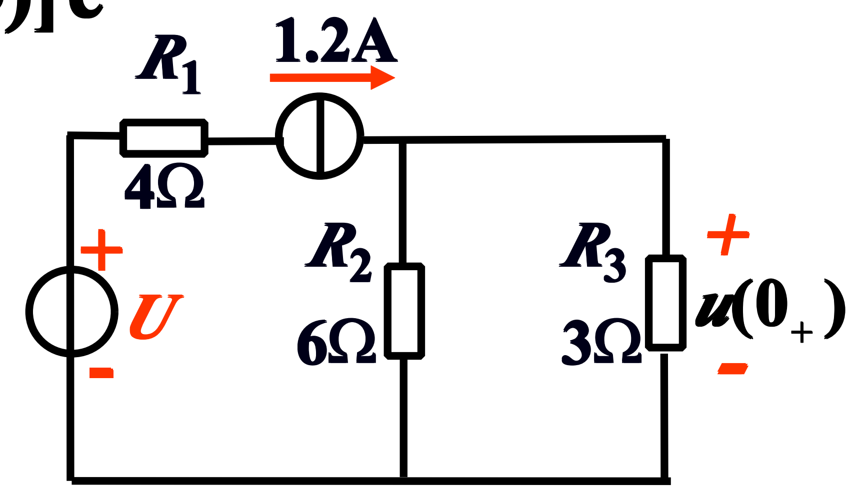
$$u = \frac{6\times 3}{6+3}(2-0.8e^{-6t}) = 4-1.6e^{-6t}\,\text{V}\ (t\geq 0)$$

用三要素法求 u

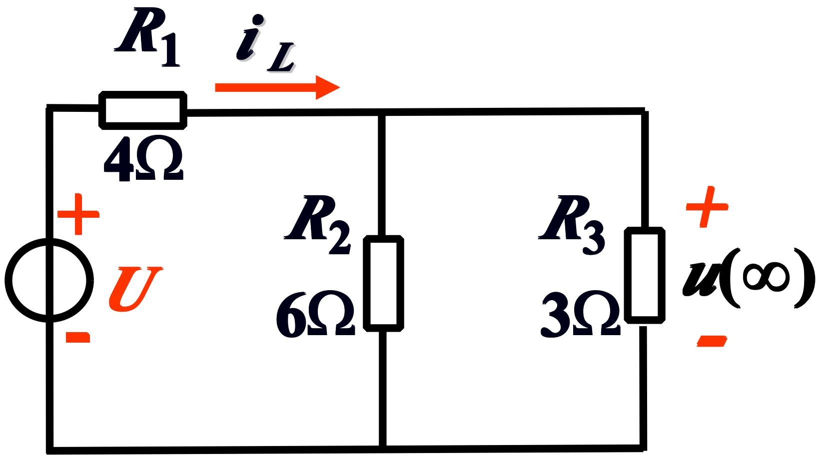
$$u = u(\infty) + [u(0_+) - u(\infty)]\,e^{-\frac{t}{\tau}}$$

$$u(0_+) = \frac{6}{6+3} \times 1.2 \times R_3$$

$$= \frac{2}{3} \times 1.2 \times 3 = 2.4\,\text{V}$$



$t=0_+$等效电路



$t=\infty$时等效电路

$$u(\infty)=\frac{R_2}{R_2+R_3}i_L(\infty)\times R_3$$

$$=\frac{6}{9}\times2\times3=4\,\mathrm{V}$$

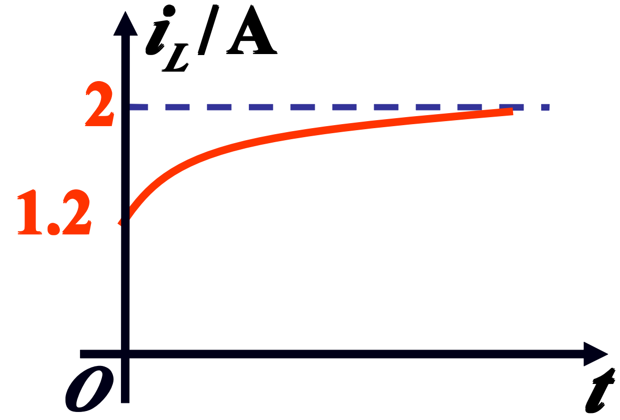
$$\tau=\frac{L}{R_0}=\frac{1}{6}\,s$$

$$u=4+(2.4-4)e^{-6t}$$

$$=4-1.6e^{-6t}\ \mathrm{V}\ (t\geq0)$$

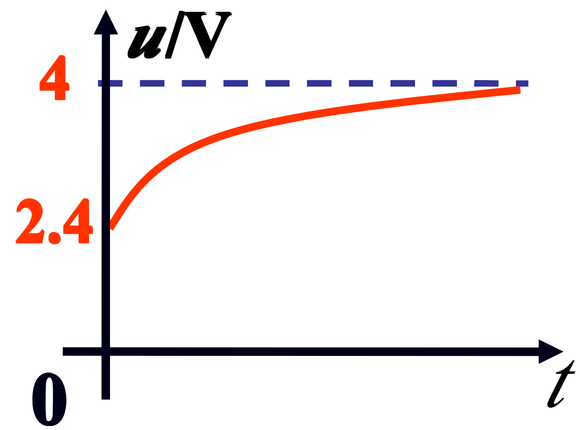
i_L变化曲线

$$i_L=2-0.8e^{-6t}\ \mathrm{A}$$

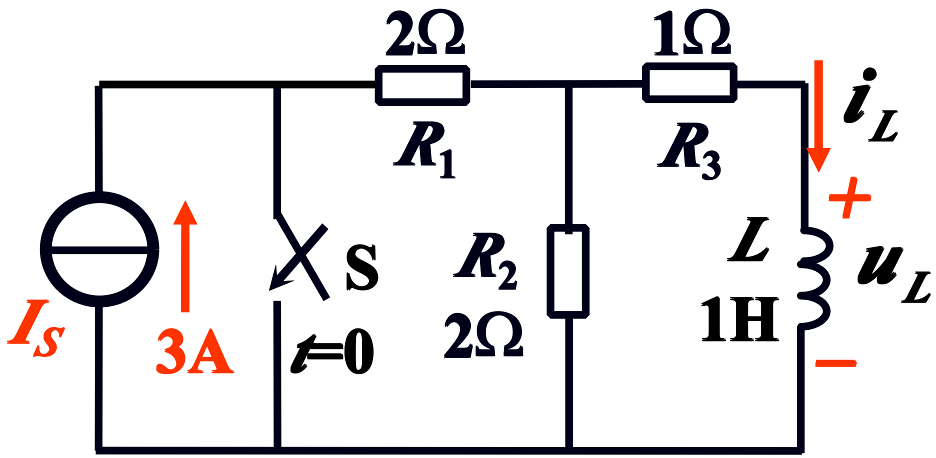


u变化曲线

$$u=4-1.6e^{-6t}\ \mathrm{V}$$



例4: 已知：S 在t=0时闭合，换路前电路处于稳态。求：电感电流 i_L和电压u_L 。



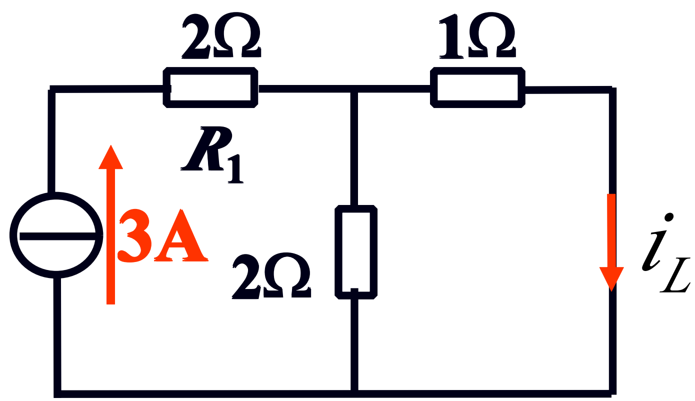
解：用三要素法求解

(1) 求$u_L(0_+)$, $i_L(0_+)$

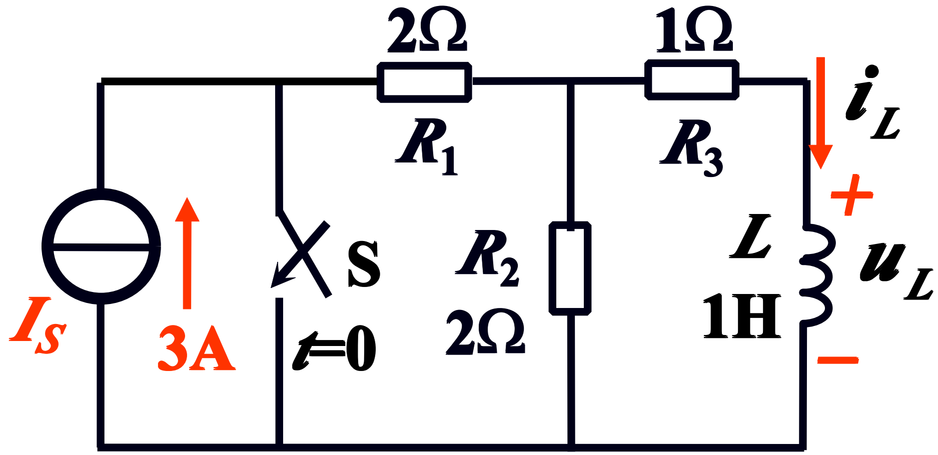
由t = 0-等效电路可求得

$$i_L(0_-) = \frac{2}{1+2} \times 3 = 2\ \text{A}$$

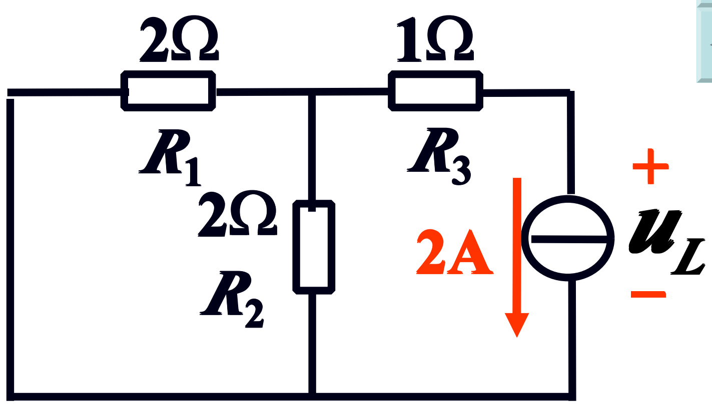
$$i_L(0_+) = i_L(0_-) = 2\ \text{A}$$



t = 0-等效电路



$$i_L(0_+) = i_L(0_-) = 2\text{ A}$$



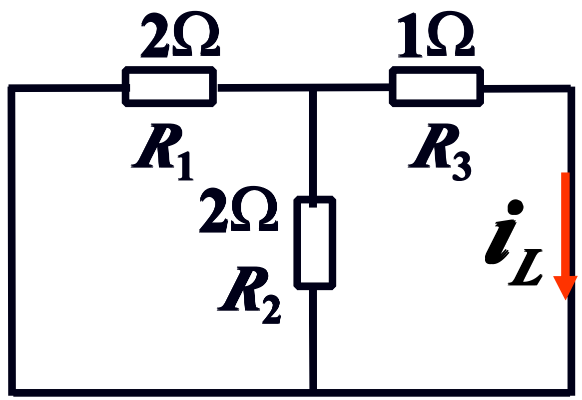
$t = 0_+$等效电路

由$t = 0_+$等效电路可求得

$$u_L(0_+) = -i_L(0_+) \times \left(\frac{2\times 2}{2+2} + 1\right)$$

$$= -4\text{V}$$

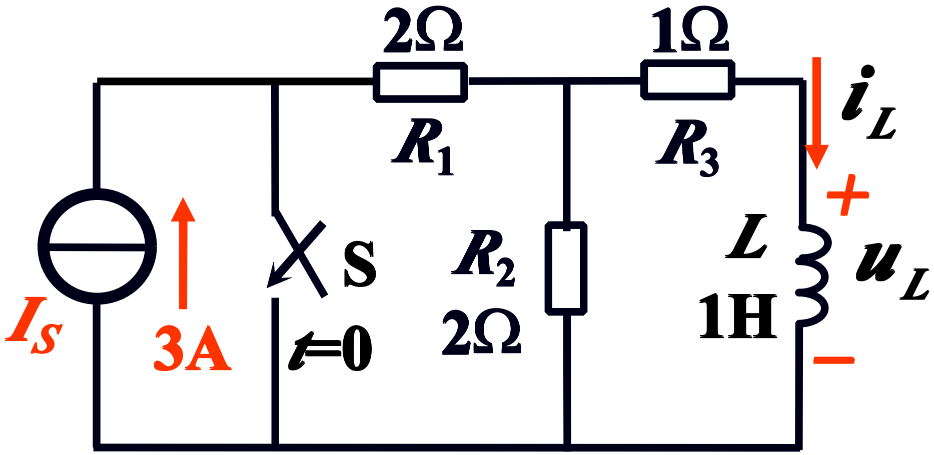
(2) 求稳态值 $i_L(\infty)$和$u_L(\infty)$

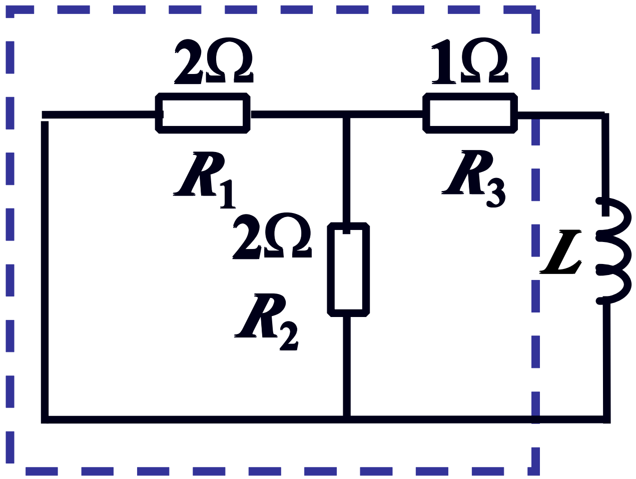


$t = \infty$等效电路

由$t = \infty$等效电路可求得

$$i_L(\infty) = 0\text{ V} \qquad u_L(\infty) = 0\text{ V}$$





(3) 求时间常数τ

$$R_0 = R_1 // R_2 + R_3$$

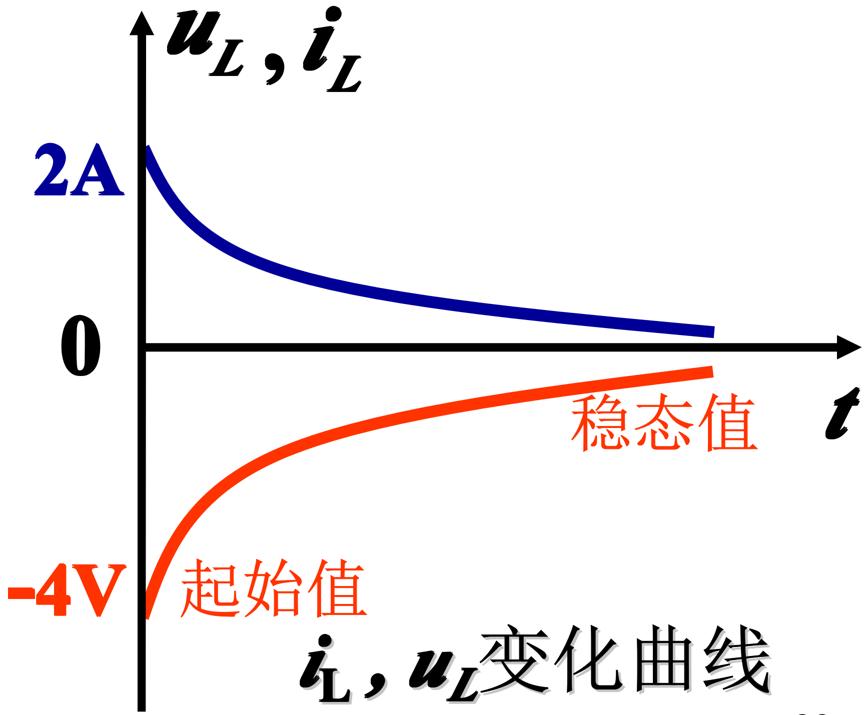
$$\tau = \frac{L}{R_0} = \frac{1}{2} = 0.5\,\mathrm{s}$$

$$i_L = 0 + (2-0)\,\mathrm{e}^{-2t}$$

$$= 2\,\mathrm{e}^{-2t}\,\mathrm{A}$$

$$u_L = 0 + (-4-0)\,\mathrm{e}^{-2t}$$

$$= -4\,\mathrm{e}^{-2t}\,\mathrm{V}$$



i_L , u_L变化曲线

本章结束